VITTORIO EM. III

NDO PROVINCIA

14 A 70

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio

Palchetto

Num.° d' ordine

NAZIONALE

B. Prov.

I

1365

VITT. EM. III

NAPOLI

B. Prov.
I
1365

609555

ALGEBRA

SIVE

LIBER DE REBVS OCCVLTIS,

Quem præcedit

ARITHMETICA SYNTHETICA,

Sine quâ Ars posterior nequit intelligi:

CVM DVABVS ORATIONIBVS QVArum vna est de NATVRA FEBRIS LENTICVLARIS siue de PETECHIIS; altera de studijs Hippocraticis cum *Chymicâ* coniungendis, vtraq; habita in AVDITORIO MEDICO: prior quando in Amplis. Collegium Medicorum allegebatur, posterior quando publicas Medicinæ lectiones auspicabatur

HERMANNVS FOLLINVS,
ARTIVM ET MEDICINÆ DOCTOR, OLIM Syluaducensium Medicus Ordinarius, nunc in Alma Vniuersitate Coloniensium Professor *Publicus.*

Inuidia Comes Virtutis.

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

COLONIAE,
Excudebat Gerhardus Greuenbruch.
Anno M. DC. XXII.

NOBILIBVS, AMPLISSIMIS, ET PRVDENtissimis Viris & Dominis, Dominis CONSVLIBVS, nec non Quæstoribus, Proconsulibus, totique Senatui inclytæ, & liberæ Imperialis Reip. Coloniensis Dominis, & Patronis suis, debita obseruantia perpetuò colendis, &c.

S.P.D.

Mirabimini forsitan, Nobiles, Præstantissimi, & Prudentissimi Domini Consules, Quæstores, Proconsules, Senatores Amplissimi, quod ego professione Medicus tractem eam artem, quæ ad disciplinas Mathematicas pertineat, sed cognita causa, mihi certo persuasum habeo, Vestras Ampliss. Dominationes omnem admirationem deposituras. Cogitandum enim est, sicut in humano corpore omnium artuum ac membrorum mira perspicitur Harmonia, sic in scientiis, cunctarum disciplinarum firmam compagem, nexumq; indiuiduum existere præsertim Physi-

ca, ac Mathematicæ doctrinæ. Si generaliore vocabuli significatione Medicinam nomine Physicæ complectamur, quandoq; vtraq; scientia eandem ἀφαίρεσιν agnoscat, quæ τὸ ἄνευ scientiarum constituitur, mirum nemini debet videri, si Medicus verser in ijs disciplinis, artibusq; amplificandis & expoliendis, quæ cum Physicorum doctrina societatem & individuam cognationem obtinent. Quid sedes aliud Musica est, quam Arithmetica in sonis & concentibus, eorumq; intervallis, ac Systematis, formis ac generibus, quæ ad disciplinam Naturalem pertinent? Quid verò aliud Optica, quàm Geometria quædam in luce, vmbrâ, colore, visus visus natura & facultate, de quibus officium Physici est disserere? Aristotelis item Physica, an non tota de motu & quiete, de tempore cœloq;, de animalium ortu, progressu, historia, cæteriq; rebus non solum exemplis, sed fundamentis Mathematica existit. Nunc verò si Logicam consideremus, quam viri sapientissimi Artem Artium *nominare solent, nemo non videt, eam totam Mathematicæ disciplinæ affinem esse, & principem Philosophorum, qui alias vt rectè monet Philoponus, in omni sua doctrina est φιλογεωμέτρης, hic maximè ipsorum vocabulorum testimonio, se talem præstitisse. Nomina enim συλλογισμὸς, ἀνάλυσις, πρότασις, διάστημα, ὅρος, ἔκθεσις, συμπέρασμα, ὁρισμὸς, ἀπόδειξις, σχῆμα, cæteraq; plurima, quibus Logicus vtitur, Mathematicorum sunt propria.*

Præ-

[Pr]aeterea argumento sit corpus humanum, quod vterq; Physicus & Medicus contemplatur, quo siue stes, siue sedeas, siue iaceas, siue surgas, siue procumbas, singula quasi membra, aut sola aut cum aliis, angulos & figuras Geometricas tibi constituent, vt hinc facile affinitatem vtriusq; disciplinae, liceat colligere. Propterea Hippocrates Medicorum Princeps Thessalo filio praecipit, vt Arithmeticam & Geometriam non ad splendorem vitae solum, sed ad Medicinae vsum diligenter perdiscat: illam ad morborum intensiones, remissiones, periodos, [illegible]: hanc ad ossium situm, ordinem, luxationem, repositionem, contritorum restitutionem, denique ad omnem affectionem atq; curationem. Hinc Galenus optimum Medicum, Philosophum esse voluit, & Hippocrates ἰατρὸς φιλόσοφος, ἰσόθεος, Medicum Philosophum Deo aequalem esse, *exclamauit.* *Quae cum ita sint, Nobiliss. Ampliss. & Prudentiss. Viri, quid mirum est, vt coner ostendere me Philosophum Medicum esse, vt euitar demonstrare me aptum esse ad publicam Medicinae Professionem, quam singulari vestro erga me fauore & Excellentissimae Facultatis Medicae consensu nuper consecutus sum, si verser in numerandi doctrina, in qua ingeniorum vires sese explicant, recondita & nimis abdita aperiuntur, & innumerabiles ac maxime difficiles quaestiones dissoluuntur. Ludus est in communi Arithmetica versari: At in Algebra exercita-*

tum esse, magnum profecto est quoddam opus atq; τῶν ἐλευθερίων τῶν μαθημάτων longe grauißimum,& vtilißimum. Algebræ nomen eruditi Hebraicum esse existimant, ab Al, *articulo & Gabar, quod significat, superare, vincere, eminere, vt ex nomine coniectas hanc omnium esse supremam Gubernatricem aliarum regularum vberrimam. vnde sapientißimi homines certò sibi persuadent Artem esse* Algebram *non posterioribus seculis inuentam, sed cum primis patribus natam, & esse aurei seculi partum, quando adhuc τὸ ἡγεμονικὸν excelluit. Omnes quæstionum ambages, omnes difficultatum moles, omnes meandros rerum abditißimarum, quasi inextricabiles Arithmeticus huius artis beneficio explicat, dirimit, aperit. Hoc enim agit Algebra, vt certam aliquam a sensuum cognitione, ac sensu secretam quantitatem exploret, & tandem inter duos aliquos numeros æqualitate, siue æquatione comperta deprehendat atq; demonstret. Quanto autem hæc ars reliquas molestia & difficultate superat, tanto quoq; admirabilior & pulchrior censeri debet: vnde non male conycimus aliquem posse ingenium & doctrinam aliarum artium ostendere & præsertim medicinæ, quæ arctißimo necesßitudinis vinculo copulatæ sunt, ex diuinæ Algebræ cognitione, cuius difficultate plerique perterriti à studio ipsius desistunt, antequam fundamenta eiusdem iecerint. Quoniam vero omnium rerum vicißitudo grata*

est, prætendimento artis spinosa, amœnas duas Orationes adiunxi, quæ tamen cum fructu legi, & Reipubl. vtilitate in vsum deduci possint. Regnat hic Febris Pesticularis, *quid sit, vnde, & quomodo propulsari possit, breuiter edoceo. Exulat* Chymia, *quomodo contemni, quomodo coli & renouari debeat, solide demonstro. Adiunxi vero vtramque Orationem libenter, partim vt, velut dixi, harum lectione tædium Arithmeticis laboris subleuaretur, partim vt ostenderem me Medicum esse, neq; tam rudem, quin mediocriter* Chymiam *quæ veræ & Hippocraticæ Medicinæ auxiliatur, didicerim. Cæterum quia tenuit consuetudo, quæ quotidie magis inualescit, vt quemadmodum Vrbium conditores, alicuius numinis tutelæ vrbes ipsas subijciunt, sic etiam rerum scriptores, monumenta literarum principibus viris, veluti consecrent fideique eorum ac tutelæ concredant; nolenti nobis ab impressis tamdiu obuia desistere, cogitantiq; singularem vestrum erga me fauorem, amorem & beniuolentiam. Vos Nobiles, Ampliss. & Pruden. Viri ornatissimi, quibus meas lucubrationes (pars huius celeberrimæ Academiæ, cuius lacte Philosophiæ in Gymnasio Laurentiano enutritus fui, & adolevi) in grati animi significationem, & debitæ obseruantiæ testimonium, humiliter dicare volui, ardenter orans atq; obsecrans, vt Nobilissimæ, Amplissimæ & Prudentissimæ suæ Dominationes tenue hoc munusculum sua humanitate ac beneuolentia suscipere dignentur: in*

quo ſi quis rei amplitudinem ac præſtantiam, certè animi voluntatem, non deſiderabit. Deus Opt. Maxim. Veſtras Nobiliſſimas, Ampliſſimas, & Prudentiſſimas Dominationes Patriæ auitæque Religioni, quam hactenus veſtro conſilio, Prudentia & opibus ſeruaſtis, ſic bello reuiuiſcente, ab omni hoſtili impetu & impia hæreſi defendatis, incolumes diu conſeruare dignetur, Coloniæ.

Nobiliſs. Ampliſs. & Pruden. Dominationibus Veſtris

Deditiſſimus & humillimus cliens

HERMANNVS FOLLINVS Med. Doct & Profeſſor.

AD

AD LECTOREM.

Conscripsi hanc Algebram, Beneuole Lector, qualis hæc, quali Methodo & ductu, penes te iudicium esto: quo autem fine & consilio, dixi in Dedicatoria Epistola. Orationes verò de quibus hic paullò vberius dicendum est, adieci, vt præter alias caussas aduersarijs meis, multisque, qui occultis Mineruam oppugnant, cum aperto non audeant, os clauderem, & ijs occasionem præberem mecum argumentis & rationibus congrediendi, absimque calumniis præsentierem, atque simpliciores meosque discipulos instruerem, non magis cohærere, vsitatam apud eos argumentandi rationem: *Est Chymicus, ergo non est Medicus,* quam si dicerem: *Est Dialecticus, ergo non est Grammaticus,* vel est *Philosophus, Ergo non est Medicus.* Nemo enim mediocri eruditione tinctus, ignorat artem sibi mutuo non aduersari, vnum & eundem hominem & Grammaticum & Dialecticum, nec non Philosophum & Medicum posse dici. Pari ratione si Chymicus artificio quodam subtiliore & commodiore medicamenta præparare nouerit, an propterea debet inscius esse eorum, quæ sapiens Hippocrates & Galenus docuit? Fa-

teor quidem, quod vt Chymici, non sunt Medici, quia Medicina & Chymia definitionibus differunt, vt nec Pharmacopæus est Medicus, sed quæ hæc est sophistica loquendi ratio, qua possim apud doctos & indoctos ad alterius famam & existimationem minuendam vtimur? Tractaui olim Pharmaciam, sicut olim quoque fecit excellentissimus Medicinæ Professor Louaniensis D. Villers, quem velut alterum Hippocratem Brabantini suspiciunt & venerātur, an propterea veluti Medicinæ ignari debemus contemni, despici & illudi? Interim in hoc malo consolatur me querela D. Ioannis Cratonis, incomparabilis Viri, ac trium Imperatorum Medici primarij: *Hoc reticere non debeo* (inquit) *communem amicum nostrum insignem iniuriam mihi facere, cum me tanquam* Chymiæ *hostem, & oppugnatorem publicè traducit, qui in multis Rebuspublicis & aulis*, cum Nominis quadam mei iactura Chymica Medicamenta sũ tutatus. *Nihil ante quadraginta annos oleorum destillatorum, nullum extractum, nullus succus hic in Pharmacopoliis est repertus. A me autem ita & Pharmacopæi & Medici, beneficio Dei, successu Medicationis edocti* (*notent fructum* nostræ artis Misochymici) *vt nunc vbique parent, atque ijs vtuntur. Idem & Viennæ & in Aula Cæsarea*

Libr. 7. Consil. & Epist. Epist. 10.

me

...e [illegible] esse, & plurium [illegible] ex-
...[illegible] verissimum esse. Quare orote be-
neuole Lector, etiam atque etiam, vel si au-
ctoritate res gerendae erant, sub tuo aliorum-
que bonorum amicorum vmbone pos-
sim delitescere: si argumentis & rationi-
bus, neque ipsa concertandum sit, tantum
eruditionis ex schola hic Laurentiana, &
Parisiana Medicorum hausi, tantumque
[illegible] experientiam didici, vt aduersario-
rum tela non facilè pertimescam. Tu in-
terim multum vale & salue.

Vester totus

H. Follinus.

TA-

TABULA PRIMI LIBRI.

- Numerus spectatur vel
  - Absolute in
    - Notatione
    - Numeratione quae est vel
      - Additio
      - Subductio
      - Multiplicatio
      - Divisio
      - idque in vel
        - Numeris integris
        - fractis.
  - Comparatè idque ratione vel
    - quantitatis
      - inaequalis vnde oritur
        - Differentia & Alligatio
        - Ratio
          - simplex vel
          - multiplex vel
            - Superparticularis
            - Superpartiens
            - Sola
            - mista.
      - aequalis vna & individua.
    - qualitatis vnde oritur proportio vel
      - Arithmetica vbi agitur
        - de inventione optati termini
        - & inventione summae.
      - Geometrica
        - disjuncta
          - simplex
          - multiplex
            - directa & reciproca.
          - haec verò vel
            - compositione
            - continuatione.
        - continua
          - simplex
          - multiplex vbi triplex inquisitio.
            - 1. Progressionis
            - 2. Optati termini
            - 3. Summae.

TABVLA SECVNDI LIBRI.

- Algebra dividitur in suum
  - Algorithmum qui [illegible] in
    - Notatione
    - Numeratione numerorum Cossicorum, quae est
      - Additio
      - Subtractio
      - Multiplicatio
      - Divisio
        - [illegible] vel in
          - Radicalibus
            - integris
              - primarum radicum
              - secundarum radicum
            - fractis
          - Surdis
            - integris
            - fractis
              - utraque in
                - simpl.
                  - [illegible]
                  - [illegible]
                - compos.
                  - [illegible]
  - Regulam cuius partes sunt vel
    - necessariae
      - Aequatio
      - [illegible]
    - non necessariae
      - Reductio aequationis
      - Extractio radicis
      - [illegible] &c. & sunt
        - Numeris absolutis vel
          - integris.
          - fractis.
        - Cossicis
          - Simplicibus
          - Compositis
            - primarum radicum.
            - secundarum radicum.

In Algebram

CLARISSIMI ET EXPERTISSIMI VIRI, DOMINI Hermanni Follini Med. Doct. & Professoris.

INgeniosa tibi, placuit Folline Mathesis,
Doctum vt de numeris, pandere posse opus.
Ars est ingenij, fateor, Medico quoq; digna:
Musicus hac sine nil, hac sine nil Medicus.
Hac sine nil terræ mensor, nil præstat Apelles,
Hinc arti laus sit, gloria & artifici.

Petrus Holtzemius Medicinæ Doct. & apud Vbios Professor.

CLARISSIMO ET EXPERTISSIMO Viro D. Domino Hermanno Follino Med. Doct. & Professori.

FOrsan Arithmæa miraberis arte sagacem
Follinum, & studium peruigil, in numeru.
Follinus Medicus prolongat stamina Clothi,
Non sine Arithmæu stat Medicina notu.

Si

Si numeras [illegible] pallida [illegible] alecto,
Ipsa timens [illegible] manus.
Hos tibi [illegible] signabit, & Astrea
Instruet ad Criticos [illegible] signa dies.
Ergo quoq; valet Libitina sistere falcem,
Exagitet studium peruigil in numeris.

Sigbertus Weyerstrals,
Med. Doct.

Προσφώνησις
AD LECTOREM.

Quisquis [illegible] facilius discere norma,
Hunc relegas, paruo tempore doctus eris.
Quodq; omnes alij [illegible] in Arte est,
Quos fugias numeros, quosq; sequaris, habes.

P. Hogerbetius Medicinæ Doctor.

Lector candide hæc menda Typographi emenda, & si quæ sint reliqua in hoc opere, quæ non castigauimus.

P*agina 10. lin 15. lege pro* senari solus, senarium totum. *pag. 26. lin. 22. pro* 12 *lege* 9. *& pro* 15. antecedentem *lege* 9. *& pro* 15. diuisus *lege* 9 *pag. 28. lin. 5. pro* quorum *lege* quotum. *pag. 61. lin. 22. pro* 210. *lege* 230. *pag. 75. lin. 24. pro* 16. *lege* 15. *& lin. 26. pro* in *lege* vt. *pag. 76. lin. 2 pro* sed, *lege* se. *pag. 80. li. 2. pro* sunt *lege* sine. *pag. 89. lin. 1. pro* Regula tini nuncupant, *lege* Regula Anatocismi, quam Vsurariam, & Iudæorum Latini nuncupant. *pag. 95. lin. vltima pro* quand, *lege* quando. *pag. 98 lin. 12. pro* ÷ *lege* + *pag. 120. lin. 2. pro* 8ȝ + *lege* 8ȝ ÷. *pag. 131. li. 10. pro* $\frac{6}{1[illegible]}$ *lege* $\frac{6\ ȝ}{120}$ *pag 137. lin. 13. pro* denuo *lege* demo. *pag 157. l. 6. pro* totus *lege* totius. *pag. 194. lin. 10. pro* ⁺₆ *lege* ⁺₉. *pag 216. lin. vltima, pro* video *lege* videor.

Arithmetica vulgaris

CAPUT I.

Arithmetica est ars benè numerandi. 1.

Dicitur *Ars*, quia est habitus cum rectà ratione effectiuus iuxta Philosophũ Sexto Eth. cap. 4. efficimus verò aliquid, licet non dirigamus opus voluntatis præcipuè vel potentiarum exsecutiuarum, quando mente aliquid numeramus. Nam quod scribimus in abaco vel charta numeros signamus, id per accidens est, neque vbi per se conuenit: Vnde nec Arithmetica practica, propriè practica est nisi quatenus in exemplis indiuiduis & per modum operationis exerceatur. Additur aduerbium *Benè*, quia arte dirigimur non ad numerandum simpliciter, quod natura nobis largitur, sed ad benè numerandum.

Numeratio est è duobus oblatis numeris tertij inuentio. 2.

Hæc luculenter in additione, subductione earũq; compẽdijs perspicitur. Nã licet multi ad addendũ numeri offerãtur, tamen natura quasi duce ex duobus additis tertium elicimus, quem deinceps cum sequenti cõponimus, vt tandem totus or-

do absoluatur. Vnde nunc explicare debemus quid sit numerus, cuius tamen definitioni præmittenda erit Vnitatis definitio, sine qua numerus nequit intelligi.

3. Euclid. 1. def. 7. Vnitas, est secundum quam vnumquodque eorum quæ sunt, vnum dicitur.

Definitur sic abstractum per côcretum, quippe incipientibus côcreta sunt notiora, vtpote quæ sunt familiariora sensui. Vnitas verò numerus non est, sed numeri principium: quare sic numerus definitur.

4. 2. def. 7. Numerus verò est ex Vnitatibus composita multitudo.

Hinc corruit P. Rami partitio in numerum vnitatis aut multitudinis, quia nefas est noua principia struere, veteribus haud malè extructis quibus vniuersa schola consentit. In numero duo potissimum spectantur, quæ ad praxim faciunt, Notatio & Numeratio.

5. Notantur autem hæ decem notæ vel signa:

1	2	3	4	5	6	7
Vnum,	*duo,*	*tria,*	*quatuor,*	*quinq;,*	*sex,*	*septem,*
8	9	0				
octo,	*nouem,*	*Zifra vel Circulus.*				

6. Zifra per se nihil significat, sed alijs notis postposita earundem vim pro diuerso situ amplificat.

Ita

Ita 01. significat vnitatem quia præponitur: at idem circulus postpositus sic: 10. denarium facit: si idem secundo loco ponitur, altera nota subsequente verbi gratia, 102. auget vnitatem numero centenario, cui binarius adiungitur.

Augmentum hoc fit tribus locis, vltimo quo vnaquæque nota suum numerum semel exprimit, penultimo quo decies, antepenultimo quo centies & periodis iteratur.

Periodus ergo prima tribus numeris datis, verbi gratia, 222. ducenta viginti duo, absoluitur. Secunda est millium, vt quarto loco millena semel, quinto decies, sexto centies numeranda sint. In tertia periodo millies millena, semel, decies, centies numerabimus: in quarta millies millena millia repetitis tribus gradibus computabimus & sic in infinitum. Esto exemplum Latinæ pronuntiationis.

7.924.853.160

Septies millies millena millia: noningentis vicies quater millena millia: octingenta quinquaginta tria millia: centum sexaginta.

Antequam verò progrediamur ad caput secundum, oportet scire nos Practicam Arithmeticam diuidere in vulgarem & figuratam: illa numeros simplices sim-

pliciter vel comparate confiderat: hæc verſatur circa numeros qui figuram Geometricam ſuis vnitatibus referunt. Nos igitur vulgarem Arithmeticam duobus tractatibus complectemur, quorum vnus docebit operationem ſimplicem ſiue abſolutam in numeris ſimplicibus, alter verò doctrinam comparatam eorundem numerorum proponet: Et quia naturæ legibus informe præcedit formatum, atq; imperfectum generatione prius eſt perfecto, primo vulgarem Arithmeticam abſoluemus, præſertim cum ſine eadem nemo figuratam numerandi doctrinam poſſit intelligere.

De Additione.

CAPVT II.

OMnia, quæ Practica Arithmetica continentur τῇ συναγωγῇ τε καὶ τῇ διαιρέσει comprehenduntur: nec plures operationis ſpecies ſunt quam Additio & Subductio, vtraq; vel ſimplex vel multiplex: Additionis enim compendium eſt multiplicatio, ſicuti Subductionis, Diuiſio. Mediatio quorundam Arithmeticorum diuiſio eſt per binarium: vnde nouam ſpeciem non conſtituit. Quare illud ratum eſto duas operationis Species eſſe,

puta

puta Additionem, & Diuisionem quæ in numeris integris, fractis, Astronomicis & figuratis exercentur.

Additio est numeratio qua numeri cognomines & eiusdem naturæ colliguntur, vt habeatur totum. 1.

Explicuimus quid sit numeratio in qua in Additione exercetur: nam licet complures sint numeri, duo tantum separatim spectantur & duo primum additi, tanquam vnus additur ad tertium, neque duobus plures adduntur vt tertius inueniatur. Debent quoque addi numeri *cognomines & eiusdem naturæ*: hinc oportuit singulos ordines cognatos eiusdem naturæ & nominis disponere, vt vnitates vnitatibus, denarij denarijs, centenarij centenarijs, millenarij millenarijs vel etiam oboli obolis, albi albis, floreni florenis, Imperiales imperialibus daleris absque alieni numeri permistione directo limite suis ordinibus respondeant. Huius doctrinæ quasi duo consectaria sunt, quorum primum est quod Arithmeticus initium Additionis debeat facere à dextris, alioquin numeri homogenei non colligerentur, veluti periculum facienti vsu veniet: Alterum est si inter colligendum acciderit (insolens est id non fieri) vt aliquid reliquum fuerit, ordini quem colligis mini-

mè cognatum, id in ordinem proximè sequentem seruetur, cum quo naturam & nomen communia obtinet. Ex vltima particula definitionis constat Additionis artificium niti vulgatissimo hoc Axiomate: *Omnes partes simul, faciunt totum*: quare hic totus æqualis est omnibus partibus simul sumptis. Quod si inæqualitas deprehendatur, error in operatione commissus est: illa verò inuestigatur per abiectionem numeri nouenarij ex singulis partibus, & ex toto: si quid fuerit residuum, id numeris reliquis adijcimus, vnde partium & totius debet esse æqualis excessus, licet Doctores Arithmetici magis probent examen Additionis per subductionem. Exemplis res manifestior erit: primum esto de Homero quando vixerit? respondetur è Gellio 160. ante conditam Romam, quæ condita fuit ante natum Christum annis 752. Christum verò natum anno abhinc 1621. addantur hi tres numeri:

Gemma Frisius libr. Arith. part. 1. fol. 6.

Exemplum.

160	
752	4
1621	4
2533	

Abiecto nouenario vtrinque qui oritur ex partium siue notarum additione, residuus numerus est quaternarius.

Item:

Item:

946			357	
546			897	
754	Examen	2 / 2	546	7 / 7
546			754	
2792			2554	

Item.

lb.	asses.	denar.	
546	13	8	*Libra valet 20. Asses:*
832	14	9	*Denarij 12. faciunt assem.*
538	11	4	*Examen* 3 / 3
1917	19	9	

Notandum tamen est, quod non mediocris difficultas examinandi per nouenarium hic oboriatur: quare aduertendum est 9. primo esse abijciendũ ex libris, & si quid reliquum fuerit id multiplicandum esse per binarium, ex quo abiectis nouenarijs residuum si fuerit, addendum Assibus: hinc quoque tollantur nouenarij, residuum multiplicetur per ternarium: ex plano abiectione facta nouenarij, reliquum si fuerit adijciatur denarijs, ex quibus vltimo nouenarius auferatur, & residuum annotetur. Simili modo per partes totius progrediendum est.

De Multiplicatione.

CAPVT III.

PRæcedēti capite diximus quod Multiplicatio sit compendium Additionis, ideò hic Multiplicationis artificium expediri debet, præsertim cum frequenter id Additionis officio indigeat.

1. Euclid. 16. def. 7. Numerus enim numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso Vnitates, toties componitur multiplicādus & producitur aliquis.

Hinc liquet Multiplicationem nihil aliud esse quam Additionē: multiplicandus n. toties additur, quoties Vnitas in multiplicante numeratur: quare preceptum superius fideliter memoria tenēdum est, ne perturbētur ordines, numeri permisceantur, & heterogenei ab homogeneis separentur. Ecce si 3. ducēdus sit in 4. videtis quod si quaternarius ter hoc pacto scribatur, quia tres sunt vnitates in ternario multiplicante, Additionem fieri si dati quaternarij colligantur.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ 4 \\ \hline 12 \end{array}$$

Productum multiplicationis indefinitè expressit Euclides per pronomen *Aliquis*, quia multiplex, variumque productum vno nomine significari non poterat: Nam numerus planus, solidus, quadratus, cubus, biquadratus, surde

surdesolidos cæterique ex Multiplicatione nascuntur, qui per ullum numerum nequeunt exprimi. Dicit Euclides.

Quando duo numeri sese ad inuicem multiplicantes aliquem produxerint, productus, planus appellatur, & latera illius, numeri qui se inuicem multiplicant. 17.def 7. 2.

Multiplicandus igitur & multiplicans πλευραὶ siue latera dicuntur plani, quem ἐπίπεδον vocant: si duo latera sint æqualia, planus Multiplicationis Quadratus est, verbi gratia, 16. ex duabus quaternionibus, vt docent Mathematici, si verò sint inæqualia, Surdus numerus nascitur. Ceterũ, 19.def.7.

Quando autem tres numeri sese multiplicantes, producant aliquem, productus Solidus vocatur, & latera verò illius, numeri qui se mutuo multiplicant. 18.def.7. 3.

Vnde constat non quemuis productum Multiplicationis planum existere, sed Solidos & Surdesolidos dari, cubos & non cubos. Cubus enim productus Multiplicationis est ex tribus lateribus æqualibus. P. Ramus egregius Mathematicus omne productum Multiplicationis, non absurdè *Factum* nominat & latera eiusdem *Factores*. Vt igitur ad artificium 20.def 7.

Mul-

Multiplicationis accedamus duo *Postulata* præmittenda sunt:

Primum est:

16.propos. 7. *Quod bini numeri multiplicantes se ad inuicem, producant aliquos, producti ex eis sint æquales*, v. gr. ter quaterna sunt 12. & quater terna sunt 12.

Alterum est:

1. Propos. 2. *Si fuerint duo numeri, secet urq; ipsorum alter in quotcunq; partes, numerus productus ex duobus integris prioribus, æqualis est productis, qui nascuntur ex Multiplicatione numeri non diuisi, in singulas partes numeri diuisi.* v. g. sunto dati numeri multiplicandi 6. & 4. & diuidatur senarius in duas partes in 2. & 4. dico quod numerus productus ex toto quaternario in senarium totũ ducto, puta 24 æqualis sit duobus numeris qui nascũtur ex Multiplicatione eiusdem quaternarij in 2. & 4 partes senarij. Quater enim quaterna sunt 16. & quater bina sunt 8. vnde fiunt 24. quippe *omne totum suis partibus est æquale*: hinc par ratio est, si vterque numerus diuideretur, siquidem numerus ex vtroq; productus integro æquat productum singularum partium. Vt si diuidas 8. in duas partes 2. & 6. & 9. in 6. & 3. planus integrorum erit æqualis planis partium collectis: sic: octies nouena faciunt 72. Item:

bis

bis ſena ſunt	12	[sing]ulari partium addi-
bis terna ſunt	6	[ti]o faciunt produ-
Sexies ſena ſunt	36	ctum integrorum.
Sexies terna ſunt	18	
	72	

Ex his nunc artificium Multiplicationis percipitur: ordo enim numerorum ſeruandus eſt vt digiti digitis reſpondeant & denarij denarijs, quia additio eſt. diſponēda ſunt latera hoc pacto ſe inuicē multiplicantia: vt ſuperior ſit multiplicandus, inferior multiplicans in numeris plurium notarum. Deinde ordinis inferioris ſingulas partes duc in ſingulas partes ordinis multiplicandi: quippe ex poſtulato dato perinde eſt partes ſingulas vnius numeri multiplicari in ſingulas partes alterius, quam ſi totus numerus in totum numerum multiplicetur. Imprimis vtile erit vt Abacus Pytagoræus Multiplicationis memoria teneatur:

Abacus Multiplicationis Pythagoricus.

2	2 — 4		3	3 — 9	
	3 — 6			4 — 12	
	4 — 8			5 — 15	
	5 — 10			6 — 18	
	6 — 12			7 — 21	
	7 — 14			8 — 24	
	8 — 16			9 — 27	
	9 — 18				

4	4	16
	5	20
	6	24
	7	28
	8	32
	9	36
5	5	25
	6	30
	7	35
	8	40
	9	45
6	6	36
	7	42
	8	48
	9	54
7	7	49
	8	56
	9	63
8	8	64
	9	72
9	9	81

Circulus per circulum, aut per notam significantem ductus nihil efficit.

Ratio est ex definitione Multiplicationis & circuli, quia hic toties componitur multiplicandus quoties vnitas continetur in multiplicante, sed in circulo nulla est vnitas, quia nihil significat ex se, licet valeat ad sequentes notas augendum, vnde notabitur in principio, quamuis in medio non sit necesse.

COMPENDIVM.

Numeros in Zifras desinentes, detractis vltimis multiplica, & plano vel producto multiplicationis postpone.

Exem-

Exemplum.

7 multiplicandus }
9 multiplicans } Quere-
8
producta ex partibus.

3 Summa collectis hoc planum.

Aliud.

267
24
1068
534
6408 Productum.

Exemplum Compendij.

3000
40
120000. Productum: hic abijce omnes circulos tam multiplicantis quam multiplicandi & per notas significantes multiplicatione peracta, omissos illic tres circulos, hic vnum, Producto postpone.

Examen Multiplicationis.

Instituitur vel per Diuisionem vel per abiectionem nouenarij: per Diuisionem sic: *Si Productum ex Multiplicatione numerum diuidas per alterutrum latus, necesse est, alterum prodire.* Ex quibus enim numerus componitur, in eosdem similiter resoluitur. Similiter fit Examen per abiectionem nouenarij hoc pacto:

Tolle

Tolle omnes nouenarios ex multiplicando, & si quid reliquum fuerit, serua: idem fac ex multiplicante vbi reliquum cum residuo multiplicandi multiplica factaq; abiectione nouenario residuum serua: tandem tolle omnes nouenarios ex producto Multiplicationis, & residuum habebis (si sit) priori æquale.

Exemplum.

678	3
32	5
1356	
2034	6
21696	6

De Subſtractione.

CAPVT IV.

Abſoluta compoſitione, agendum eſt de diſſolutione illi contraria: vnde ſicut in componendo ſiniſtrorſum, ſic in diſſoluendo dextrorſum operari debemus. Si id faciamus in Diuiſione quæ Subductionis compendium eſt, quare hic idem non præſtamus? nolo tamen inficiari Subductionem quæ ſiniſtrorſum inſtituitur, certam & firmam atque Arithmeticorum vſu recipiendam eſſe, tamen hunc ſubducendi modum & viam naturę & arti magis congruam eſſe contendo.

Sub-

bstractio est numeratio quâ 1.
numerus à maiori aut æqua-
equali subducitur, idque inter
omines & eiusdem naturæ
ferentia eorum cognoscatur.
hac definitione liquet huius Subdu-
s, & quomodo numeri disponi de-
quodque minor semper vel æqua-
aiore vel æquali subducatur: Vnde
iens subducendi numeri nota m-
ierit, subducente, oportebit è reli-
præcedente vnum mutuari quod no-
sequentem denario augeat.

Exemplum.

3 9 9 9 9 2 4

4 0 0 0 0 2 3

9 9

Hic numeris ordine descriptis incipi-
à sinistra manu. Sed quia primus no-
arius maior sit figura supra posita, id-
oportebit vnum mutuari à prioribus,
quia circuli nihil habent quod mutu-
dent, ad primam figuram recurrendū
puta. 4. qua deleta, loco ipsius ponatur
ra lineam 3. hinc accessione vnitatis à
aternario detractæ, circulus primus est
narius, vnde hinc consequenter capia-
us vnum mutuo, sicut & in sequentibus
rculis & pro differentia annotemus 9.
donec

donec peruentū sit ad binarium qui propter accessionem Vnitatis à prioribus omnibus mutuo datæ vim habet [illegible] 13, a quo nunc licebit inferiorem ipsum subducere, seruato binario, quia & quem ternarius vnum mutuo sumit. Dicemus igitur pro vltima subductione 9 detracto à 13, remanet 4. Recta operationis est

Examen.

2. Si differentia minori numero addatur, summam subducendam quæ maior est, adæquet.

Nam cum maior numerus tantum differat a minori per differentiam planum est, si residuum addatur minori numero, quod numerus æqualis dato procreetur.

Exemplum.

Διάγραμμα Substractionis

7 2 8 4 4 differentia.

8 0 7 9 1 Numerus a quo fit substractio

7 9 4 7 Subducendus.

Adde nunc differentiam cum subducendo, siue numerum superiorem cum inferiore & redibit medius.

72844 differentia.
7947 subducendus.

80791 numerus datus.

Item.

Creditor habet debitum 5458. florenorum.

nutum 13 assium, 4 denar. & debitor numerauit 1759 flor. 17 ass. 9 denarios, quæritur quantum adhuc debeat?

	floren Brab.	asses	denar.
Differentia	3698	15	7
Debitum	5458	13	4
Solutio.	1759	17	9
Examen.	5458	13	4

De Diuisione.

CAPUT V.

Diuisio duplex est: quædam instituitur vno latere plani cognito ad intelligandum alterum latus: quædam fit sine cognitione alterutrius lateris 1.
& hæc extractio Radicis vulgo dicitur. Cæterum quia extractio maxime celebratur in numeris quadratis, Cubicis, Surdesolidis qui numeri sunt figurati, hanc doctrinam in secundo nostro libro Arithmetices proponemus, hic solum tractatu Diuisionem quæ fit oblato plano cum alterutro latere, quæ sic definitur:

Diuisio est numeratio in qua Diuisor subducitur a diuidendo quoties in eo continetur, & habetur quotus.

Diuisio ergò Subductionis compen-

pliciter vel comparate confiderat: hæc verſatur circa numeros qui ſiguram Geometricam ſuis vnitatibus referunt. Nos igitur vulgarem Arithmeticam duobus tractatibus complectemur, quorum vnus docebit operationem ſimplicem ſiue abſolutam in numeris ſimplicibus, alter verò doctrinam comparatam eorundem numerorum proponet: Et quia naturæ legibus informe præcedit formatum, atq; imperfectum generatione prius eſt perfecto, primo vulgarem Arithmeticam abſoluemus, præſertim cum ſine eadem nemo figuratam numerandi doctrinam poſſit intelligere.

De Additione.

CAPVT II.

Omnia, quæ Practica Arithmetica continentur τῇ συναγωγῇ τε καὶ τῇ διαίρεσει comprehenduntur: nec plures operationis ſpecies ſunt quam Additio & Subductio, vtraq; vel ſimplex vel multiplex: Additionis enim compendium eſt multiplicatio, ſicuti Subductionis, Diuiſio. Mediatio quorundam Arithmeticorum diuiſio eſt per binarium: vnde nouam ſpeciem non conſtituit. Quare illud ratum eſto duas operationis Species eſſe, puta

ata Additionem, & Diuisionem quæ in numeris integris, fractis, Astronomicis, & gregariis exercetur.

Additio est numeratio qua numeri cognomines & eiusdem naturæ colliguntur, vt habeatur totus. I.
Explicemus quid sit numeratio quæ in Additione exercetur: nam licet duo plures sint numeri, duo tantum separatim spectantur & duo primum additi, tanquam vnus additur ad tertium, neque duobus plures adduntur vt tertius inueniatur. Debent quoque addi numeri *cognomines & eiusdem naturæ*. hinc oportuit singulos ordines cognatos eiusdem naturæ & nominis disponere, vt vnitates vnitatibus, denarij denarijs, centenarij centenarijs, millenarij millenarijs vel etiam oboli obolis, albi albis, floreni florenis, Imperiales imperialibus daleris absque alieni numeri permistione directo limite suis ordinibus respondeant. Huius doctrinæ quasi duo consectaria sunt, quorum primum est quod Arithmeticus initium Additionis debeat facere à dextris, alioquin numeri homogenei non colligerentur, veluti periculum facienti vsu veniet: Alterum est si inter colligendum acciderit (insolens est id non fieri) vt aliquid reliquum fuerit, ordini quem colligis mini-

mè cognatum, id in ordinem proximè sequentem seruetur, cum quo naturam & nomen communia obtinet. Ex vltima particula definitionis constat Additionis artificium niti vulgatissimo hoc Axiomate: *Omnes partes simul, faciunt totum*: quare hic totus æqualis est omnibus partibus simul sumptis. Quod si inæqualitas deprehendatur, error in operatione commissus est: illa verò inuestigatur per abiectionem numeri nouenarij ex singulis partibus, & ex toto: si quid fuerit residuum, id numeris reliquis adijcimus, vnde partium & totius debet esse æqualis excessus, licet Doctores Arithmetici magis probent examen Additionis per subductionem. Exemplis res manifestior erit: primum esto de Homero quando vixerit? respondetur è Gellio 160. ante conditam Romam, quæ condita fuit ante natum Christum annis 752. Christum verò natum anno abhinc 1621. addantur hi tres numeri:

Gemma Frisius libr. Arith. part. 1. fol. 6.

Exemplum.

160		Abiecto nouenario vtrinque qui oritur ex partium siue notarum additione, residuus numerus
752	4	
1621	4	
2533		

est quaternarius.

Item:

Item:

946			357	
546			897	
754	Examen	2 / 2	546	3 / 7
546			754	
792			2554	

Item:

lib.	aſſ.	denar.	
546	13	8	*Libra valet 20. Aſſes:*
832	14	9	*Denarij 12. faciunt Aſſem.*
538	11	4	Examen 3
917	19	9	3

Notandum tamen eſt, quod non mediocris difficultas examinandi per nouenarium hic oboritur: quare aduertendum eſt 9. primo eſſe abijciendũ ex libris, & ſi quid reliquum fuerit id multiplicandum eſſe per binarium, ex quo abiectis nouenarijs reſiduum ſi fuerit, addendum Aſſibus: hinc quoque tollantur nouenarij, reſiduum multiplicetur per ternarium: ex plano abiectione facta nouenarij, reliquum ſi fuerit adijciatur denarijs, ex quibus vltimo nouenarius auferatur, & reſiduum annotetur. Simili modo per partes totius progrediendum eſt.

De Multiplicatione.

CAPVT III.

PRæcedēti capite diximus quod Multiplicatio ſit compendium Additionis, ideò hic Multiplicationis artificium expediri debet, præſertim cum frequenter id Additionis officio indigeat.

1. Euclid. 16. def. 7. Numerus enim numerum multiplicare dicitur, quando quot ſunt in ipſo Vnitates, toties componitur multiplicādus & producitur aliquis.

Hinc liquet Multiplicationem nihil aliud eſſe quam Additionē. multiplicandus n. toties additur, quoties Vnitas in multiplicante numeratur: quare præceptum ſuperius fideliter memoria tenēdum eſt, ne perturbētur ordines, numeri permiſceantur, & heterogenei ab homogeneis ſeparētur. Ecce ſi 3. ducēdus ſit in 4. videtis quod ſi quaternarius ter hoc pacto ſcribatur, quia tres ſunt vnitates in ternario multiplicante, Additionem fieri ſi dati quaternarij colligantur.

4
4
4
12

Productum multiplicationis indefinitè expreſſit Euclides per pronomen *Aliquis*, quia multiplex, variumque productum vno nomine ſignificari non poterat: Nam numerus planus, ſolidus, quadratus, cubus, biquadratus,

ſurde

[illegible] Multiplicatio-
nascuntur, qui per [illegible] numeros ne-
[illegible] exprimi. Dicit Euclides,

Quando duo numeri sese ad in- 17.def.7.
uicem multiplicantes aliquem pro- 2.
duxerint, productus, planus appel-
latur, & latera illius, numeri qui se
mutuo multiplicant.

Multiplicandus igitur & multiplicans
[illegible] dicuntur plani, quem si
[illegible] vocant si duo latera sint aequalia,
planus Multiplicationis Quadratus est,
[illegible] 16. ex duabus [illegible]
bus, vt docet Mathematicus, si verò sint inę- 19.def.7.
qualia, Superficies numerus nascitur. Cęterũ,

Quando autem tres numeri sese 18.def.7.
multiplicantes, producant aliquem, 3.
productus Solidus vocatur, & latera
vero illius, numeri qui se mutuo
multiplicant.

Vnde constat non quemuis productum Multiplicationis planum existere, sed Solidos & Supersolidos dari, cubos & non cubos. Cubus enim productus Multiplicationis est ex tribus lateribus aequalibus. P. Ramus egregius Mathematicus omne productum Multiplicationis, non absurde *Factum* nominat & latera eiusdem *Factores*. Vt igitur ad artificium 20.def.7.
Mul-

Multiplicationis accedamus duo *Postulata* præmittenda sunt:

Primum est:

16.propos. 7. *Quod bini numeri multiplicantes se ad inuicem, producant aliquos, producti ex eis sint æquales*, v. gr. ter quaterna sunt 12. & quater terna sunt 12.

Alterum est:

1. Propos. 2. *Si fuerint duo numeri, seceturq; ipsorum alter in quotcunq; partes, numerus productus ex duobus integris prioribus, æqualis est productis, qui nascuntur ex Multiplicatione numeri non diuisi, in singulas partes numeri diuisi.* v g. sunto dati numeri multiplicandi 6.& 4.& diuidatur senarius in duas partes in 2. & 4. dico quod numerus productus ex toto quaternario in senarium totū ducto, puta 24 æqualis sit duobus numeris qui nascūtur ex Multiplicatione eiusdem quaternarij in 2. & 4. partes senarij. Quater enim quaterna sunt 16. & quater bina sunt 8. vnde fiunt 24. quippe *omne totum suis partibus est æquale*: hinc par ratio est, si vterque numerus diuideretur, siquidem numerus ex vtroq; productus integro æquat productum singularum partium. Vt si diuidas 8. in duas partes 2. & 6. & 9. in 6. & 3. planus integrorum erit æqualis planis partium collectis: sic: octies nouena faciunt 72. Item:

bis

na sunt 12 }
rna sunt 6 | planiopartium addi-
es sena sunt 36 } ti fiunt produ-
es terna sunt 18 } ctum integrorum.

72

Ex his nunc artificium Multiplicatio- percipitur: ordo enim numerorum iandus est vt digiti digitis respondeant denarij denarijs, quia additio est. dispo-da sunt latera hoc pacto se inuicē mul-licantia: vt superior sit multiplicandus, ferior multiplicans in numeris plurium tarum. Deinde ordinis inferioris sin-las partes duc in singulas partes ordinis ultiplicandi: quippe ex postulato dato rinde est partes singulas vnius numeri ultiplicari in singulas partes alterius, uam si totus numerus in totum nume-um multiplicetur. Imprimis vtile erit vt bacus Pytagoræus Multiplicationis me-noria teneatur:

Abacus Multiplicationis Pythagoricus.

2	2 — 4		3	3 — 9	
	3 — 6			4 — 12	
	4 — 8			5 — 15	
	5 — 10			6 — 18	
	6 — 12			7 — 21	
	7 — 14			8 — 24	
	8 — 16			9 — 27	
	9 — 18				

4	4	16
	5	20
	6	24
	7	28
	8	32
	9	36
5	5	25
	6	30
	7	35
	8	40
	9	45
6	6	36
	7	42
	8	48
	9	54
7	7	49
	8	56
	9	63
8	8	64
	9	72
9	9	81

Circulus per circulum, aut per notam significantem ductus nihil efficit.

Ratio eſt ex definitione Multiplicationis & circuli, quia hic toties componitur multiplicandus quoties vnitas continetur in multiplicante, ſed in circulo nulla eſt vnitas, quia nihil ſignificat ex ſe, licet valeat ad ſequentes notas augendum, vnde notabitur in principio, quamuis in medio non ſit neceſſe.

COMPENDIVM.

Numeros in Zifras deſinentes, detractis vltimis multiplica, & plano vel producto multiplicationis poſtpone.

Exem-

Exemplum.

67 multiplicandus } Latera.
89 multiplicans }

[illegible]
[illegible]6 producta ex partibus.

[illegible] Summa collecta fine planum.

Aliud.

267
24
1068
534
6408 Productum.

Exemplum Compendij.

23000
40
920000.

Productum: hic abijce omnes circulos tam multiplicantis quam multiplicandi & per notas significantes multiplicatione peracta, omissos illic tres circulos, hic vnum, Producto postpone.

Examen Multiplicationis.

Instituitur vel per Diuisionem vel per abiectioné nouenarij: per Diuisionem sic: *Si Productum ex Multiplicatione numerum diuidas per alterutrum latus, necesse est, alterum prodire.* Ex quibus enim numerus componitur, in eosdem similiter resoluitur. Similiter fit Examen per abiectionem nouenarij, hoc pacto:

Tolle

Tolle omnes nouenarios ex multiplicando, & si quid reliquum fuerit, serua: idem fac ex multiplicante vbi reliquum cum residuo multiplicandi multiplica factaq; abiectione nouenarii residuum serua: tandem tolle omnes nouenarios ex producto Multiplicationis, & residuum habebis (si sit) priori æquale.

Exemplum.

678	3
32	5
1356	
2034	6
21696	6

De Substractione.

CAPVT IV.

ABsoluta compositione, agendum est de dissolutione illi contraria: vnde sicut in componendo sinistrorsum, sic in dissoluendo dextrorsum operari debemus. Si id faciamus in Diuisione quæ Subductionis compendium est, quare hic idem non præstamus? nolo tamen inficiari Subductionem quæ sinistrorsum instituitur, certam & firmam atque Arithmeticorum vsu recipiendam esse, tamen hunc subducendi modum & viam naturę & arti magis congruam esse contendo.

Sub-

ubſtractio eſt numeratio qua 1.
or numerus à maiori, aut æqua-
o æquali ſubducitur, idque inter
nomines & eiuſdem naturæ
ifferentia eorum cognoſcatur.
x hac definitione liquet ſinis Subdu-
nis, & quomodo numeri diſponi de-
it, quodque minor ſemper vel æqua-
maiore vel æquali ſubducatur: Vnde
quens ſubducendi numeri nota mi-
fuerit, ſubducente, oportebit è reli-
præcedente vnum mutuari quod no-
ſequentem denario augeat.

Exemplum.

3 9 9 9 9 2 4
4 0 0 0 0 2 3
9 9

Hic numeris ordine deſcriptis incipi-
s à ſiniſtra manu. Sed quia primus no-
narius maior ſit figura ſupra poſita, id-
oportebit vnum mutuari à prioribus,
quia circuli nihil habent quod mutu-
dent, ad primam figuram recurrendũ
, puta. 4. qua deleta, loco ipſius ponatur
pra lineam 3, hinc acceſſione vnitatis à
uaternario detractæ, circulus primus eſt
narius, vnde hinc conſequenter capia-
us vnum mutuo, ſicut & in ſequentibus
rculis & pro differentia annotemus 9.
donec

donec peruentũ sit ad binarium qui propter accessionem Vnitatis à prioribus omnibus mutuo datæ vim habet duodenarij, à quo nunc licebit infrascriptum 9. subducere, seruato binario, quia sequens ternarius vnum mutuo sumit. Dicamus igitur pro vltima subductione 9. detracta à 13. remanet 4. Rectæ operationis est

Examen.

2. Si differentia minori numero addatur, summam subducendam quæ maior est, adæquet.

Nam cum maior numerus tantum differat a minori per differentiam planum est, si residuum addatur minori numero, quod numerus æqualis dato procreetur.

Exemplum.

Διάγραμμα Substractionis

72844 differentia.

8̸0̸7̸9̸1 Numerus à quo fit substractio.

7̸9̸4̸7 Subducendus.

Adde nunc differentiam cum subducendo, siue numerum superiorem cum inferiore & redibit medius.

72844 differentia.
7947 Subducendus.

80791 numerus datus.

Item.

Creditor habet debitum 5458. florenorum,

m,13 assium, 2. denar. & debitor hu-
uit 1759. flor. 17 ass. & 9. denarios, quæ-
quantum adhuc debeat?

flor. cu. Brab.		asses	denar.
…rentia	3698	15	7
…eum.	5458	13	4
…lo.	1759	17	9
…men.	5458	13	4

De Diuisione.

CAPVT V

Diuisio duplex est: quædam instituitur vno latere plani cognito ad inuestigandum alterum latus: quæ-fit sine cognitione alterutrius lateris …c extractio Radicis vulgo dicitur. …rum quia extractio maximè celebra-… numeris quadratis, Cubicis, Surde-…s qui numeri sunt figurati, hanc do-…am in secundo nostro libro Arith-…es proponemus, hic solùm tractatu-…uisionem quæ fit oblato plano cum …tro latere, quæ sic d finitur: 1.

…iuisio est numeratio in qua Di-…r subducitur à diuidendo quo-… in eo continetur, & habetur …tus.

…iuisio ergò Subductionis compen-

 dium

dium est & productus Quotus est alterum dati plani qui *diuidendus* est, latus: vnde hæc diuisio nihil aliud est, quam partitio dati plani per vnum latus, vt alterum cognoscatur. Vnusquisque enim numerus in eos dissoluitur, ex quibus componitur: at planus per Elementum 2 capitis 3 huius libri componitur ex duobus numeris qui sunt ipsius latera: ergo quiuis numerus planus in eosdem quoque dissoluitur: vnde si detur vnum latus cognitum, alterum partitione inuestigatur. Et quia patet per definitionem quod Diuisio sit Subductio, ideò oportet Diuidendum supra, Diuisorem infra, & quotum ad latus notare: & si Diuisor primo diuidendi loco maior sit, in secundum locum promouere. Ad diuisionis opus rectè peragendum, in quo debet esse, mens bona, memoria bona, manus bona, sequentia Elementa fideliter obseruanda sunt:

2. Vnitas diuidit omnem numerum.

Nam per definitionem numeri, quilibet numerus ex vnitatibus componitur, vnumquodque autem in id potest dissolui vnde constituitur.

3. Si plures sint notæ diuisoris, omne-

ſimul velut vna conſiderantur,
qualiter ſubtrahuntur.

exemplis fiet manifeſtius: quia tunc
o quoties ſumit primum, toties &
alterum quamlibet, propterea quod
uaſi indiuiſibilis, ſub vnius ratione
s diuiſores conſiderantur. Vnde ſi
ſequens cum antecedente non po-
què diuidere, remittendum aliquid
ritate prioris numeri, & tantum
idum vt æquali lege ſequens ſubdu-
: quamuis de reliquo præter duas
es, illa cura prætermittenda ſit.

alla diuiſoris nota plus quam 4.
es ſubducitur.

ior enim numerus quam 9. vnica
rehendi non poteſt.

Diuiſor alibi poſt primum lo- 5.
forte maior diuidendo fuerit,
ius in quoto adnotabitur.

ei gratia diuidatur 202. per 2. quia
us in circulo non continetur, Zi-
a quoto notatur, & Diuiſor pro-
tur ad tertium numerum vt hinc
catur. Totam verò Methodum
ndi ſequens Elementum comple-

ima meditatio, & cura ſit quo- 6.

 ties

ties diuisor in diuidendo suprapositо contineatur: adnotetur quotus ad latus & ducatur per Diuisorem, planus a diuidendo subducatur, notis deletis: Secunda sit vt Diuisor promoueatur & operatio prior tamdiu repetatur, donec dati numeri diuisio tota absoluatur.

Compendium est in circulis.

7. Si Diuisor vnum vel plures circulos continuos à dextra contineat, amputatis totidem notis à fine diuidendi quot circuli fuerint in Diuisore, per reliquos numeros perficienda Diuisio est.

Exempli gratia Esto diuidendus 6783 per 200. sic fiet diuisio:

1
67 | 83 | (33 $\frac{18}{200}$
22 | |

Item 287. per 100. hoc pacto:

2 | 87 | 2 $\frac{87}{100}$
1 | |

Exemplum diuisionis.

1
Diuidendus 6780 (2263, quotus.
Diuisor 3333
0080
1

In

In hac Diuisione nihil est reliquum: quod si quid esset, tum nempe quando diuidendus est minor diuisore in vltima diuisione, illud sub recta linea ponendum in loco superiore sicut diuisor inferiore: unde statim necessitas emergit cognoscendi numeros fractos, de quorum fundamentis sequenti capite tractandum est.

Quotus multiplicatus cum diuisore reddit diuidendum.

Hoc elemento cognoscimus an recte vel male diuisio facta sit, quando plana est: nam si diuidendus sit planus qui fit ex Multiplicatione duorum laterum quorum alterum in Diuisione est Diuisor, alterum vero quotus, non licet si quotus cum diuisore multiplicetur, oriri diuidendum qui planus est, vt antea docuimus.

De numero pari & impari, primo & composito.

CAPUT VI.

Affectiones numerorum quas nominauimus ex ipsa quasi diuisione nascuntur, vnde hic tractandae sunt, praesertim, cum sine harum cognitione nequeamus Algorithmum numerorum

fractorum expedire, qui post integrorum doctrinam subsequi deberet.

6. def. 7.
1. Par igitur numerus (Euclidi est) qui bifariam diuiditur.

Numerus enim par quicunque oblatus à binario veluti diuisore in duas æquales partes dirimitur, verbi gratia: 2. 4. 6. 8. 10. &c.

2.
7. def. 7. Impar est numerus qui bifariam est indiuiduus, aut qui vnitate differt à pari.

Verbi gratia, 3. 5. 7. Hæc definitio formaliter intelligenda est, quia non omnis numerus par, puta 8. differt à 3. tantum vnitate, siquidem subductio docet 5 differentiam esse, nihilominus definitio est perpetua, quia 8. non diuiditur per 5. aut 3. quatenus est par, sed tantum quatenus est numerus, idque ratione magnitudinis, non qualitatis, puta, paritatis aut imparitatis. Vtriusq; paris & imparis exstat apud Euclidem subdiuisio sed quia praxi non seruit de industriâ à nobis omittitur.

3.
12. def. 7. Primus numerus est, quem Vnitas sola metitur.

Verbi gratia, 3. 7. 11. 17. &c. metiri hîc vocamus exactè diuidere, siue numerus numerum dimetitur, quando eundem exactè diuidit, vel quando est alterum ex

late-

ponebam, cum diximus quod in diuisio-ne sumendus esset hic planus & diuisor in alterum latus, cum ad numerum quoties inquireretur, qui alterum plani latus esset.

Compositus numerus est, quem numerus aliquis metitur. 4 13. def. 7.

Verbi gratia, 6. 9. Haec diuisio numeri primi & compositi locum habet in numeris se-cundum se spectatis; at si numeri inter se com-parentur, ita etiam quidam sunt primi in-ter se, quidam inter se compositi.

Primi inter se sunt numeri, quos vnitas sola dimetitur communi mē-sura. 5. 12. def. 7.

Verbi gratia, 9. & 20. Item, 5. & 6. Item, 8. & 21. Hic vides quod 9. & 20. vterque in se spectatus sit compositus, at comparatus cum altero, est ad alterum primus.

Cognitio primorum inter se est per subductio-nem reciprocam.

Canon Subductionis.

Si duo inaequales numeri perpe-tua subductione, minoris a maiore quoties poterit, nullum numerum antecedentem diuisorem reliquerint praeter vnitatem, primi erunt inter se, & contra. 6. 1. & 2 pro-po. 7.

verbi gratia, ſunto dati 9.& 20. dico quod ſint primi inter ſe, quia ſi 9. ſubducatur à 20. reliquus eſt 11. à quo ſubſtractus 9. relinquit 2. qui non diuidit antecedentem 9.& binarius aſſiduò ſubductus à 9. relinquit Vnitatem : vnde dati ſunt inter ſe primi. Duo hic diligenter notanda ſunt. I. nos per vocem *Subductionis* nō tantum intelligere Subſtractionē ſimplicem, ſed etiā multiplicem, quæ Diuiſio eſt in qua tunc quoto neglecto tantum habenda eſt ratio reliqui, qui ſi antecedentem poſſit diuidere, tum numeri dati non ſunt inter ſe primi: verbi gratia, 27. & 8. ſunt inter ſe primi, quia diuiſo 27. per 8. relinquitur 3. qui nequit 8. antecedentem diuidere: tum 8. diuiſus per 3. neglecto quoto relinquit 2. qui 3. antecedentem non diuidit, & ab eodem ſubductus manet Vnitas, quare ſunt primi inter ſe. Quotus autem negligendus eſt non in diuiſione cui id repugnat, ſed in ſubſequenti operatione. II. Antecedentem vocamus, numerum minorem qui vel eſt diuiſor (is enim à diuidendo debet comprehendi) vel eſt ſubtrahens qui minor debet eſſe eo, à quo ſubtrahitur. Vocatur autem hoc nomine *antecedens*, quia ſi numeri primi inter ſe fractionum more ponantur, ob quas hæc doctrina traditur, minor loco ſuperiore &

ante-

dente, maior inferiore & consc-
collocari debet, verbigratia: $\frac{9}{20}$

Canon diuisionis.

numerus per se primus, non 7.
erit datum, erit ad eum primus.
verbi gratia, 5. est primus per se, juxta c-
capitis, qui cum non
datum 8. erit ad eundem
Euclides habet quædam quæ fa-
ad inuentionem Primorum inter se,
habent, quem nos hic
consilium fuit ea non attinge-

numeris inter se compositis.

CAPVT VII.

Compositi inter se sunt numeri, 1.
quos numerus quis metitur
communi mensura.

gratia 4. & 6. compositi sunt in-
, quia sunt communiter diuidui à 2.
& 7. sunt compositi inter se, quia
communiter diuidui à 7.

Si numerum aliquis numerus 2.
metitur, mensus cognominatam
habebit metienti.

Verbi gratia, 12. metitur 3 proinde mensus 12. habet partem cognominatam a ternario, quia duodenarius habet tertiam partem 4. nempe quoti diuisionis. In hac Arithmetica numerorum inter se compositorũ, duo firmiter tenenda sunt, 1 est vt sciamus, nõ tantum quis sit diuisor communis datorum numerorũ quod ex capite precedente elicimus 6. intelleximus, sed quis sit diuisor communis maximus, 2 vt etiam probè cognoscamus, quis sit diuiduus communis minimus.

3. 2. prop. 7. Diuisor communis maximus, qui primus ordine in assidua subductione simplici, vel multiplici, antecedentem diuidit.

Dixi *primus in ordine* ne intelligeretur primusquẽ sola vnitas metitur: vocatur enim hic primus qui in varia subductione primus occurrat, & antecedentẽ siue minorẽ numerũ datorũ, possit exactè partiri, sic in 12. & 15. relinquitur 6 qui nequit 15. antecedentẽ diuidere: at 15. diuisus per 6. relinquit 3. qui exactè metitur 6. vnde datorũ duorũ communis diuisor maximus est 3.

4. Conject. ad 5. prop 7. Si plures duobus dati fuerint, duorũ præcedentium inuentus diuisor communis maximus, cum proximo conferendus est, atque horum diui-

r, eadem via inuestigandus,
communis diuisor
mus habeatur.
igr. in 9.15.12. cõmunis diuisor ma-
9. & 15. est 3 quia per præcedens do-
9 à 15 relinquitur 6. qui
non diuidit & 6. subductus à 9.
3. qui partitur exactè 6 vnde
præcedentiũ diuisor maximus co-
est 3 qui sã confer cũ proximo
qui maior, sic datorum trium
communis diuisor maximus, quippe
numerus diuidens numerum est
maius amborũ cõmunis diuisor. 5
consectariũ ex definitione di-
cõmunis maximi deducitur, & A-
operosa subductione suble-
& 6 maximus cõmunis diuisor
ipsũ primũ, deinde 6. diuidit
6 manet 3 quod ipsum diuidit.
magni est vsus & fructus.
diuisor communis maximus di- 6
inter se compositos, dabit in
primos inter se & contrà.
cognoscitur singularis vtilitas
maximi diuisoris, cuius ope
inter se, contrahimus ad
& minimos inter se, quos facilius
quam compositos:
gratia, 12. & 8. communis diuisor
ma-

maximus est 4. qui dat pro quotis 3. & 2. inter se primos.

De Minimo communi diuiduo.

CAPUT VIII.

1\. Communis diuiduus à duobus minimus, est planus ab altero datorum per quorum alterius dati, diuisi per communem diuisorem maximum.

Ergò datis duobus numeris quorum communis diuiduus Minimus quæritur ante omnia oportet iuxta elementum 3. capite præcedente diuisorem communem maximum quærere: dein alterutrum datorum per inuentum diuisorem maximum partiri & tandem quotum diuisionis multiplicare cum eo dato, qui per communem diuisorem maximum diuisus non fuit. Planus ergò talis dicitur esse communis diuiduus a duobus minimus. Ex.gr. 8. & 12. communis minimus diuiduus est 24. at 48. & 72. sunt etiam communiter diuidui à datis 8. & 12. sed non sunt minimi: minor enim est 24. ab vtroq; dato diuiduus quam 48. & 72.

2\. Diuiduus ab aliquo est minimus ab vtroque diuiduus.

Verbi

Verbi gratia 2 & 4. sunto dati, quia 4. diuidit 8. ideo 8. est communis minimus diuiduus ab vtroque. Hoc elementum quasi conuersum est primi elementi huius capitis, vt patet ex diagrammate sequente.

4 8
4) ×
1 2
8

Si duo dati sint inter se primi, planus eorum est minimus ab vtroque diuiduus. 3.

Hoc elementum limitat primum huius capitis ad numeros inter se compositos, quia diximus iuxta definitionem magnorum numerum aliquem velut communem mensuram, vnde aliquis potuisset concludere quod minimus communis diuiduus tantum reperiretur in numeris inter se compositis quod negat, Arithmeticus qui docet eum etiam reperiri in numeris inter se primis. Sunto dati 3. & 2. numeri inter se primi, ex elemento concludimus, quod planus eorum 6. sit communis minimus ab vtroque diuiduus.

Si plures quam duo sint dati, repertus minimus diuiduus communis, cum proximo conferendus est, vt hinc praescriptis legibus eliciatur. 4.

Verbi

Verbi gratia, $\frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{24}\ \frac{1}{64}$. Si ex quatuor datis nominibus 4. 8. 24. 64. communis minimus diuiduus quæri debeat, I. videndum quis sit duorum præcedentium minimus diuiduus communis & quia 4. diuidit 8. propterea iuxta elementum secundum huius capitis, 8. est communis minimus diuiduus vtriusque: secundò igitur inuentus 8. conferatur cum 24. & quia tertius est quoque diuiduus ab 8. ideò per idem elementum est vtriusq; communis diuisor: quare tertiò inuentus 24. conferatur cum 64. & quia sunt inter se compositi, reperio per 3. elementum capitis præcedentis 8. esse diuisorem maximum communem: vnde per 8. diuido 24. & quotum 3. multiplico cum 64. vnde oritur, 192. communis minimus diuiduus quatuor datorum, qui ad inuestigandum fuerat propositus.

Hinc oritur Consectarium.

5. Minimus diuiduus à nominibus datarum partium est minimus, qui habeat datas partes.

Verbi gratia, esto 12. qui est minimus diuiduus è 2. 3. & 4. quia 3. & 4. sunt primi inter se ergò eorum planus 12. est minimus diuiduus: nunc 12. collatus cum 2. quia diuiditur à 2. propterea manet minimus diuiduus à tribus datis.

De

De Notatione partium & particularum.

CAPUT 13.

HAbenus præambula quædam dedimus ad fractorum numerorum tractationem intelligendam: restat antequam fractionis algorithmum ordiamur, vt primo doceamus partium & particularum notationem, & Reductionem multiplicem sine quibus compositio & dissolutio numerorum fractorum non perficitur.

Notatio fractionū fit intericcta linea inter duos numeros siue notas, quarum superior vocatur numerus vel numerator: inferior nomen vel denominator. 1.

Verbi gratia, [illegible] $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ [illegible] &c.

Numerator est, qui indicat tot partes diuisori cognomines esse sumendas, quot in eo sunt vnitates. 2.

Denominator est diuisor rei propositæ.

Hac notatione vtimur quoties minor numerus per maiorem diuidendus proponitur, aut per [illegible] numeri aliquam diuisione aliquid e diuidendo relinquitur quod inter- 3

interiecta linea superponitur diuisori, verbi gratia, si diuiserim 7. per 2. quotus est $3\frac{1}{2}$.cum fracto dato. Notandum igitur quod integer quotus significet partes numeri diuidendi, sed fractus indicet partes vnius integri: & quantum Numerator deficit à denominatore, tot vnius integri partes desunt, vt vnum integrum adhuc habeatur: quare sequitur.

4. Vbi numerus & nomen sunt æquales, ibi significatur integrum.

Verbi gratia. $\frac{3}{3}$. $\frac{2}{2}$. $\frac{5}{5}$. $\frac{6}{6}$. vbique propter æqualitatem terminorum significatur vnum integrum. Iam particularum est sua quædam distincta notatio.

5. Particula est fractionis fractio.

6. Notantur minimæ particulæ vt partes, reliquę nulla interiecta linea.

Verbi gratia, $\frac{3}{4}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{7}$. id est, tres quartæ duarum tertiarum, trium septimarum: significamus rem imprimis diuisam esse in septem partes, & vt numerator indicat, sumptas esse tres: deinde has tres septimas diuisas fuisse in tres partes, & ex eis sumptas esse duas, quas denique intelligimus diuisas in quatuor partes, & ex eis tandem sumptas esse tres. Res clarior est in lb. Romanâ siue Solido quod est 12. vnciarum. Esto fractio composita $\frac{1}{4}\ \frac{2}{3}\ \frac{1}{2}$. quæ significat

gnificat vnum quartum, duorum tertiorum, vnius secundi: hic dico, tota hac composita fractione, Vnciam significari. Nam Solidum diuiditur in duas partes quarum vna sumitur, puta, 6. Vnciarum (quia 12. exactè diuiditur per 2. in 6.) deinde 6. diuiduntur in tres duerniones, & ex eis sumptos esse duos, id est, 4. Vncias quæ postremò diuisæ sunt per 4. in quatuor vnitates vnde vna sumitur hinc constat intelligi data fractione composita vnciam, duodecimam partem Solidi, $\frac{1}{12}$.

De Reductione.

CAPVT X.

NOtationem absoluimus: restat reductio terminorum, vel integrorum partiumque: Reductio terminorum fit in numeris vnius fractionis, idque ad minimos terminos proportionales: facilius enim est numeros paruos quàm magnos numerare: quare Solœcismus Arithmeticus committitur, nisi protinus termini inter se compositi ad minimos contrahantur. Neque hæc contractio vim datis infert quoniam seruatur eadem proportio, sed ante Reductionem proponitur numeris maioribus: post Reductionem minimis. Hoc enim

solemne Arithmeticorum *Postulatum* verissimum est:

1. Fractiones terminis proportionales sunt æquales inter se, & cõtra.

Seruatur igitur æqualitas, vbi manet eadem proportio, verbi gratia, $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$. dico quod in datis fractionibus sit eadem proportio & consequenter datæ fractiones sint æquales: vbique enim dupla est. Sicut enim 2. se habet ad 4. sic 3. se habet ad 6. Planus quoque mediorum, æquat planum extremorum, quod Aurea regula requirit: bis sena sunt 12. & quater terna sunt 12. qui numerus quoque oritur si datæ fractiones alternè multiplicentur,

12 12

$\frac{2}{4} \times \frac{3}{6}$

24

2. Reductio igitur terminorum ad minimos proportionales est diuisio terminorũ inter se compositorum, per maximum communem diuisorem.

$\frac{5}{15}$. ita dati contrahuntur ad $\frac{1}{3}$. Item $\frac{3600}{81}$. per communem diuisorem maximum 9. ad $\frac{400}{9}$.

3. Reductio integrorum ad partes dati nominis, est multiplicatio integrorum per nomen partium.

Verbi

Verbi gratia, 7. dies volo reducere ad horas: hic nomen siue denominator partium est 24. quia vnus dies tot horas habet, vnde 7. multiplico per 24. & planus 168. oritur, tanquam esset $\frac{168}{24}$. Item in Astronomia queritur 3. gradus quot sexagesimas siue scrupula faciant? Resp. 180. tanquam esset $\frac{180}{60}$ scrupula prima, quot sint secunda? Resp. $\frac{10800}{180}$.

4. Reductio partium ad integra, est partium diuisio per suum nomen.

Verbi gratia, 18256. Albi, quot daleros Imperiales faciunt? Resp. quia 56. albi faciunt vnum Imperialem quasi sic esset exemplum: $\frac{18256}{56}$. instituitur diuisio per 56. albos, qui denominăt numerum, in quem integer Imperialis sit diuisus Nunc sequitur reductio partium, ad partes alias proportionales eiusdem nominis, vel ad vnam partem æquales, quæ *particularum* multarum reductio est. Reductio verò ad alias partes proportionales fit vel in nominibus datarum partium inter compositis, vel inter se primis: Si nomina inter se sint composita, fit hoc modo:

5. Reductio partiũ ad alias partes proportionales cognomines est diuisio cõmunis minimi diuidui ab oblatis partium nominibus quæsiti, quæ fit

per ſingula nomina & quotorum per proprios numeratores multiplicatio.

Verbigratia, $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{7}{16}$ $\frac{9}{32}$. ſi datæ fractiones cum ſint diuerſorum nominum debeant reuocari ad vnum denominatorem alioſque numeros proportionales, quæratur primò ex datis quatuor nominibus, communis minimus diuiduus: ſic quia quaternarius diuidit 12. propterea hic 12. eſt cõmunis minimus diuiduus ab vtroq;: ſimiliter quia 32. eſt diuiduus ab 16. propterea hic etiam eſt minimus communis diuiduus ab vtroque: Ergo ſi inuenti communes minimi diuidui conferantur, puta 12. & 32. ex his oritur tertius communis minimus diuiduus, puta 96. qui eſt omnium datorum nominum communis minimus diuiduus. Secundò ſingula nomina per inuentum communem minimum diuiduum 96. diuidantur ſic:

1	96	96	96
96 (24.	12 (8.	16 (6.	32 (3.
44	96	96	96

Tertiò demum ſingulos quotos inuentos multiplica non per quoslibet datos ſuperius numeratores, ſed vnumquemq; per proprium: duc ergò 24. quotum qui diuiſorem habuit 4. nomen fractionis $\frac{3}{4}$.

per

per eiusdem numeratorem 3. & planus orietur 72. secundum quotum 8. duc per 5. proprium numeratorem & fiet planus 40. tertium quotum 6. duc per 7. & producitur 42. quartum verò quotum 3. duc per 9. & exurgit quartus planus 27. Vnde datæ quatuor fractiones sic reuocatę sunt ad alias partes proportionales & cognomines hoc pacto: $\frac{72}{96}$ $\frac{40}{96}$ $\frac{42}{96}$ $\frac{27}{96}$.

Ad duarum fractionum nominibus inter primis reductio ad commune nomen, est multiplicatio nominum inter se & numeratorum per nomen alternum. 6.

Verbi gratia $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ sic $\frac{10}{15}$ $\frac{12}{15}$. Hæc multiplicatio per crucem facilis est, ac proinde vulgus indifferenter id facit, vbi fractiones ad eundem denominatorem reuocandæ sunt, siue nomina inter se sint composita siue prima: verbi gratia $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ sic $\frac{8}{16}$ $\frac{2}{16}$. facilius tamen est, quando plura sint nomina quam duo sequi nostram, quam vulgarem Reducendi methodum.

Si quis desideret integros numeros datis fractionibus proportionales, prætermisso communi denominatore inuento, tantum sumat inuentos numeratores. 7.

Verbi gratia harum fractionum $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$.

proportionales integri numeri ſunt, 18. 20.20 vnde colligis fractiones $\frac{2}{5}$ & $\frac{4}{6}$. eſſe æquales, quia:

8. Si fractio fractioni ſit cognominis, illa maior erit cuius numerator eſt maior, & contrà.

Vnde ſi in fractionibus cognominibus numeri ſunt æquales, fractiones quoque æquales ſunt.

9. Si miſtus cum fracto, vel miſti plures proponantur diuerſorum nominum, reuocantur prius ad ſimplicem fractionem, quod fit multiplicatione integri per datum nomen & additione plani ad numeratorem.

Verbi gratia: $2\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{4}$. hic prima fractio complectitur integrum binarium & fractionem, vnde numerus miſtus appellatur: antequam ergo reuocetur ad eundem denominatorem cum $\frac{1}{4}$. prius reuocabitur ſimplicem fractionem ſic: multiplica nomen 3. cum integro binario & planum 6. adde 2. numeratori, vnde nunc prima fractio eſt $\frac{8}{3}$. ſic $\frac{24}{4}$. $\frac{5}{8}$. iam iuxta priora elementa poſſunt reuocari ad eundem denominatorem.

10. Reductio particularum fit multiplica-

plicatione numerorum inter se, & nominum inter se, aut earum valor cognoscatur.

Sic $\frac{3}{4}\frac{2}{3}$ redeunt ad $\frac{6}{12}$. id est, ad $\frac{1}{2}$. $\frac{7}{?}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{?}$ valent $\frac{21}{60}$. qui sunt inter se primi. Si ergo quæratur quanti sit $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. alicuius domus? Resp. $\frac{1}{12}$. Ita quæritur 7. secundum scrupula quænam pars sint gradus vnius? Resp. $\frac{7}{600}$ quia sic disponuntur $\frac{7}{60}\frac{1}{60}$ Neque hæc reductio insignem vsum habet tantum in particulis, sed ipsis integris magnæ est vtilitatis. Vt si quæratur $\frac{1}{3}$. libræ Flandricæ, quanti sit? Resp. $\frac{1}{3}\frac{6}{1}$. quia libaa Flandrica continet 6. florenos, quod fit $\frac{6}{3}$. id est 2 floren. Item. $\frac{2}{7}$. 35. aureorum sunt $\frac{2}{7}\frac{35}{1}\frac{70}{7}$. (10. decem aurei.) Sequitur ordine partium numeratio vel tantum, vel cum integris permistarum.

De Additione fractorum simplici & multiplici.

CAPVT XI.

ADditio fractionum est numeratio, qua numeros addimus subscripto communi nomine. Vnde intelligimus quod addere sit fractiones cognomines colligere, vel fractioné

propositas ad vnam fractionem simplicem reuocare: quare si fractiones plures ad vnam reuocentur, debet prius nomen commune inquiri siue idem, quod vtris-
2. que vel pluribus datis inseruiat. Si plures fractiones proponãtur sub nomine communi $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{5}$. adde numeratores 2. & 4. & absoluisti additionem sic $\frac{6}{5}$ id est, $1\frac{1}{5}$.

Si integri partibus addi debent, eas scriptura nectit.

Verbi gratia, 2. & $\frac{3}{4}$. facit $2\frac{3}{4}$.

Si mistus, vel misti numeri offerantur, integra integris, & partes partibus adduntur.

3. Verbi gratia, $2\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. reuocatis partibus ad commune nomen 12. & alterna multiplicatione facta, oriuntur hi numeri $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$. additi numeratores faciunt $\frac{17}{12}$. id est, $1\frac{5}{12}$. nunc adde integrum datum 2. integro 1. inuento, datæ fractiones faciunt $3\frac{5}{12}$. Licet etiam datum mistum $2\frac{2}{3}$. reducere ad simplicem fractionem hoc modo: $\frac{8}{3} \times \frac{3}{4}$ $\frac{32}{12}$ $\frac{9}{12}$. adde numeratores & fit $\frac{41}{12}$. vnde diuisione facta per nomen quod minus est suo numeratore oritur totus prior $3\frac{5}{12}$.

Aliud exemplum.

Sunto fractiones $3\frac{3}{5}$. & $4\frac{4}{7}$. quæ si addi debeant, primò addantur partes hoc modo: 21 $\frac{3}{5} \times \frac{4}{7}$ 20 (35) Ergò totus partium est $\frac{41}{35}$.

id

id est, $1\frac{1}{5}$. Nunc secundò addantur dati integri, cum integro inuento quorum totus est 8. vnde datarum fractionum & mistarum totus est $8\frac{6}{10}$.

Aliud.

Sunto compositæ fractiones addendæ, puta, $\frac{2}{3}\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{4}\frac{1}{3}$ quas primò reduces ad simplices iuxta elementum 10. capitis præcedentis & $\frac{2}{12}\frac{3}{12}$. quarum totus est $\frac{5}{12}$ quia denominatores sunt æquales.

Aliud.

Addantur hæ duæ fractiones $3\frac{1}{3}$ $2\frac{3}{4}$ & $\frac{7}{9}$. Reducatur igitur primò mistus numerus primus hoc modo $\frac{10}{3}$. Secundo reducantur particulæ per multiplicationem numerorum & nominum, vbi ad fractionem reuocatæ fuerint $2\frac{3}{4}$. puta, $\frac{11}{4}$. sic est diagramma $\frac{10}{3}\frac{11}{4}$ vnde planus est $\frac{100}{12}$. id est, per reductionem ad terminos minores $\frac{55}{6}$. quæ fractio nunc addenda est huic $\frac{7}{9}$. sed quia nomina sunt inęqualia & inter se cō-posita, quærimus secundum doctrinam superioribus capit. traditam diuiduum communem à nominibus 6. & 9. qui est 18. & diuisus per nomen 6. dat quotum 3. qui multiplicatus per proprium numeratorem 55. facit planum $\frac{165}{18}$. Similiter idem 18. diuisus per alterum nomen 9. dat quotum 2. qui ductus per 7. facit planum cap. 10. element. 4.

 $\frac{14}{18}$.

$\frac{11}{18}$. vnde numeri additi dant totum $\frac{179}{18}$. id est: $9\frac{17}{18}$.

Aliud.

Sunto datæ ad addendũ: $3\frac{2}{3}$. $2\frac{1}{2}$. & $\frac{4}{5}\frac{6}{7}$. mixti numeri primò redigantur in simplicem: dein particulæ reducantur sic $\frac{11}{3}\frac{5}{2}$. id est, $\frac{55}{6}$ & $\frac{24}{35}$. & quia denominatores sunt inter se primi fit alterna multiplicatio $\frac{55}{6} \times \frac{24}{35}$. & reducti $\frac{1925}{210}$ & $\frac{144}{210}$ quorum totus est $\frac{2069}{210}$. id est, $9\frac{179}{210}$. quæ fractio ad minores proportionales nequit reduci.

4. Est & particularum sua additio, quæ fit multiplicando, numeratorem primæ fractionis per denominatorem secundæ, cuius numerator additur plano & toti subijcitur planus denominatorum.

Exempla.

$\frac{3}{4}\overset{7}{\underset{8}{\text{———}}}\frac{1}{2}$ Item, $\frac{2}{3}\overset{9}{\underset{12}{\text{———}}}\frac{1}{4}$ Item. $\frac{1}{6}\overset{3}{\underset{12}{\text{———}}}\frac{1}{2}$

Ergo toti datarum fractionum in particulis sunt $\frac{7}{8}$. $\frac{9}{12}$ $\frac{3}{12}$. probatur quia dimidium quartæ est $\frac{1}{8}$. & quadrans tertiæ est $\frac{1}{12}$. & dimidium sextæ est $\frac{1}{12}$. atque sic fractio fractionis reuocata est ad simplicem fractionem, vnde redibunt ijdem toti per additionem fractorum simplicem sic: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{8}$ $\frac{28}{32}$, id est $\frac{8}{8}$. $\frac{1}{6} \times \frac{1}{12}$ $\frac{27}{36}$. id est, $\frac{9}{12}$.

Item,

Item $\frac{1}{6} \times \frac{1}{n}$. $\frac{17}{27}$ id est $\frac{1}{12}$ Prima fractio reuocatur ad minimos proportionales per 4. secunda per 3. tertia per 6. Item $\frac{1}{7}$ — $\frac{3}{4}$ totus est $\frac{27}{28}$ reuocatur ad simplicem sic: $\frac{1}{7}$. $\frac{3}{28}$ dicimus enim $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{7}$ est $\frac{3}{28}$, vnde totus additionis est $\frac{189}{196}$. reuocantur per communem mensuram 7 ad $\frac{27}{28}$ vt antea.

Multiplicatio multiplicat numeros inter se, & denominatores inter se. 5.

Verbi gratia. $\frac{6}{8}$ $\frac{10}{12}$. facit $\frac{60}{96}$. Nota quod ratio plani eadem sit ad multiplicandum, quæ est multiplicantis ad integrum.

Hic si numerator & denominator alternis compositi fuerint inter se, per diuisorem maximum ad minores terminos reducuntur, vel si æquales, ijs omissis, per reliquos multiplicatio absoluitur. 6.

Verbi gratia, in priori exemplo $\frac{5}{8} \times \frac{10}{11}$. $\frac{1}{4} \times \frac{5}{2}$. facit $\frac{5}{8}$. Item, $\frac{5}{7} \times \frac{21}{8}$ pro $\frac{5}{1}$, $\frac{3}{8}$. faciunt $\frac{15}{8}$. Hoc itaque compendium est multiplicationis. Exemplum in æqualibus huiusmodi est, $\frac{1}{3}$. & $\frac{3}{4}$. faciunt $\frac{1}{4}$. Item, $\frac{8}{9}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$. æqualibus omissis faciunt $\frac{1}{9}$.

Multiplicantur integri per partes subiecta integris vnitate, pro nomine. 7.

Verbi

Verbi gratia 12. cum $\frac{3}{5}$. sic $\frac{12}{1}\ \frac{3}{5}$. facit $\frac{36}{5}$. id est, $7\frac{1}{5}$.

Exempla Multiplicationis.

Multiplica $\frac{3}{4}\ \frac{2}{3}$. cum $\frac{3}{5}$. $\frac{6}{12}$. id est, $\frac{1}{2}\ \frac{3}{5}$ facit $\frac{3}{10}$.

Multiplica $\frac{2}{3}\ \frac{1}{2}$. id est $\frac{2}{6}$. id est $\frac{1}{3}$. cum $\frac{3}{5}\ \frac{1}{4}$. id est $\frac{3}{20}$. Ergo $\frac{1}{3}$. cum $\frac{3}{20}$. facit $\frac{1}{20}$.

Multiplica $3\frac{1}{2}$. cum $\frac{2}{3}$. facit $\frac{14}{6}$ id est $2\frac{1}{3}$.

Multiplica $4\frac{3}{4}$. cum $\frac{3}{4}\ \frac{2}{3}$. reducti sunt $\frac{19}{4}$. $\frac{1}{2}$. facit $\frac{19}{8}$. id est $2\frac{3}{8}$.

Multiplica $\frac{2}{3}\ 2\frac{4}{5}$. cum $\frac{3}{4}$ reducti sunt $\frac{28}{15}$. & $\frac{3}{4}$ & quia numeri alternè sunt inter se compositi reuocantur sic $\frac{7}{5}\ \frac{1}{1}$. facit ergo planum $\frac{7}{5}$. id est $1\frac{2}{5}$.

Multiplica $3\frac{1}{2}$. $\frac{3}{4}$. cum $4\frac{1}{4}\ \frac{5}{6}$. facta reductione & multiplicatione oritur planus $9\frac{57}{192}$.

De Subductione simplici & multiplici numerorum fractorum.

CAPVT XII.

1. SVbductio fractorum est numeratio, qua numerus à numero subducitur, subscripto communi nomine.

Quare hic etiam primò quærendus erit denominator communis iuxta elementa tradita, quo inuento inter numerato-

ratores subſtractio celebranda eſt, minoris a maiore vel æqualis ab æquali: v. gr. $\frac{2}{3}$ ✕ $\frac{3}{4}$ Ergo ſubducatur 8 a 9. manet reliquus $\frac{1}{12}$. Nota quod particularum Subductio fit, ſicut partium, vbi datæ particulæ prius iuxta element. 4 cap. præced. fuerint additæ, verbi gratia, Subduc $\frac{1}{2}\frac{1}{3}$. de $\frac{4}{5}\frac{1}{3}$. additione facta $\frac{5}{6}$ $\frac{13}{19}$. reliquus eſt $\frac{[illegible]}{12}$ id eſt, $\frac{1}{30}$.

Si partes ab integris ſubducendæ ſint, ſubductio fiet ab vno integrorum, quod prius in nomen datarum partium reſoluetur. 2.

Verbi gratia, tolle $6\frac{2}{7}$. de $8\frac{1}{4}$. hic integrorum ſubductione facta manet 2. de partibus hic ad commune nomen reuocatis $\frac{8}{28}$. $\frac{7}{28}$. video quod nequeam auferre 8. de 7. proinde vnum capio à reliquo prius binario & reſoluam id in 28. nomen datarum partium, quæ addo ad 7. vt ſint $\frac{35}{28}$ quia $\frac{28}{28}$. facit vnum integrum vt conſtat ex definitione denominatoris & elemento 4. cap. 6. quare ſi demas 8 ab 35 manent 27. vnde reliquus totius ſubductionis eſt $1\frac{27}{28}$.

Diuiſio eſt numeratio, qua partibus ad commune nomen reductis, eo neglecto numeratorem per numeratorem diuidimus. 3.

Notandum vero eſt quod fractio quota

ta eandem rationem habeat ad integrum quam fractio diuidenda habet ad diuidentem : hinc cautio adhibenda, ne fractio diuidens pro diuidenda capiatur. Verbi gratia $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$. facit quotum $1\frac{7}{8}$.

4. In diuisione si numeratores inter se, & nomiua inter se compositi fuerint, vtrique per diuisorem maximum separatim reuocantur.

Dixi *separatim*, quia non est necesse vt numeri & nomina simul vnum habeant communem diuisorem maximum, sed sufficit vt numeratores suum habeant, & denominatores suum peculiarem, verbi gratia, $\frac{4}{5}$. per $\frac{2}{3}$. hic numeri inter se sunt compositi, vt nequaquam nomina vnde sic est exemplum, $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{3}$. id est reductione facta $\frac{6}{15}$. $\frac{5}{15}$. neglecto iam communi nomine diuiditur 6. per 5. ita $\frac{6}{5}$(1. $\frac{1}{5}$. Item, $\frac{5}{6}$. per $\frac{4}{9}$. id est reuocatione facta $\frac{5}{2}$. & $\frac{4}{3}$. vnde fiunt $\frac{15}{6}$. & $\frac{8}{6}$ Ergo $\frac{15}{8}$ ($1\frac{7}{8}$. quotus hic diuisionis existit.

5. In diuisione si diuidendus vel diuisor sit integer numerus, vnitas ei subijciatur vt fiat fractio.

Verbi gratia, 3. diuidantur per $\frac{1}{2}$. hoc modo $\frac{3}{1}$ $\frac{1}{2}$. inuenies hunc in illo sexies contineri.

Exempla

Exempla diuisionis.

Diuide $\frac{3}{4}$ per $\frac{4}{5}$ reducta sunt $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ id est, $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{5}$ [illegible] $\frac{5}{4}$ ($1\frac{1}{4}$.

Diuide $4\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{5}$. quotus est $\frac{45}{8}$ id est, $5\frac{5}{8}$.

Diuide $3\frac{2}{3}$. per $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$. quotus est $\frac{66}{3}$ id est 22.

Examen numerationis fractorum ab integrorum minimè differt.

Volo dicere quod additio fractorum 7.
examinetur per eiusdem subductionem & contra, & mulplicatio iudicetur per diuisionem, & contra. Verbi gratia, Has datas addo $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$. cuius totus $\frac{5}{6}$. existit: ab hoc toto si alterum tollas per subductionem, alter numerus fractionis datæ debet esse reliquus, verbi gratia à $\frac{5}{6}$ tollatur $\frac{1}{3}$. sic $\frac{5}{6}$ $\frac{1}{3}$. manet $\frac{3}{6}$ id est, $\frac{1}{2}$. qui erat alter numerus numerus fractionis. Multiplicentur $\frac{1}{3}$. & $\frac{4}{5}$. planus est $\frac{4}{15}$. si iudicare velis, an bene vel malè operatus sis, inuentum planum diuide per alterum datorum laterum, & quotus erit alterum latus, Verbi gratia, $\frac{4}{15}$ per $\frac{1}{3}$ quotus est $\frac{4}{5}$ quem vides esse alterum è sumptis lateribus: vel planum diuide, puta $\frac{4}{15}$ per $\frac{4}{5}$ redit aliud $\frac{1}{3}$. Similiter si quid hic diuisum sit id per multiplicationem probatur, verbi gratia $\frac{2}{5}$. per $\frac{1}{6}$ quotus est $2\frac{2}{5}$. qui multiplicatus cum diuisore $\frac{1}{6}$ reddit diuidendum quia $\frac{12}{5}$. cum $\frac{1}{6}$. Multiplicatus facit $\frac{12}{30}$ id est $\frac{2}{5}$ qui datus erat pro diuidēdo. Hactenus versati fui-

fuimus in primo tractatu Arithmeticæ vulgaris vbi ſimplicem numeri naturam & operationes explicuimus, ſequitur ſecundus qui proportionem & rationes numerorum docet, quique numeros inter ſe comparat, vnde hæc pars comparatiua Arithmeticæ appellatur.

Arithmeticæ vulgaris

TRACTATVS II.

De differentia & quæ hinc oritur alligatione.

CAPVT I.

HÆc ſecunda pars Arithmeticæ, *Comparatiua* dicitur non quod prima nullam numerorum comparationem inſtituerit, quia contulimus nunumeros inter ſe, an ſint inter ſe primi vel compoſiti. Sed quod hæc tota ſit in comparatione quæ vel reſpectu quantitatis vel qualitatis ſumitur: illa maximè verſatur (cum æqualitatis comparatio vna ſit & indiuidua) in comparatione numerorum inæqualium quæ vel eſt Differentia, vel Ratio ſiue λόγος hæc in Arithmetica &

& Geometrica proportione spectatur continua siue disiuncta, simplici vel multiplici, rectâ vel reciproca.

1\. Differentia est numerorum inæqualium comparatio, quantum numerus à numero differt, quæ per subductionem simplicem nascitur, & cognoscitur.

Verbi gratia, inter 5. & 8. est 3. differentia, quæ oritur per subductionem simplicem (vt excludamus diuisionem) minoris puta 5. ab 8. velut maiore, vnde 3. differentia appellatur, quæ addita minori reddit numerum maiorem, vt patet ex capite 4. elemento 2. Tractatus primi. Exempla passim in vsu populari proponuntur. Cursor Colonia Antuerpiam contendens conficit duobus diebus itineris $\frac{2}{7}$. alter iisdem duobus diebus $\frac{1}{8}$ quæritur differentia: Cognoscitur sic subductione $\frac{2}{7} \times \frac{1}{8}$ $\frac{16}{56}$ $\frac{7}{56}$ differentia itaque est $\frac{9}{56}$ quæ addita itineri tardioris puta $\frac{1}{8}$ reddunt totum, qui est iter velocioris sic $\frac{9}{56}$ $\frac{1}{8}$ minimus communis diuiduus est 56. qui per nomina diuisus & ductus in numeratores, & additos, faciunt $\frac{16}{56}$ id est $\frac{2}{7}$. Ex natura differentiæ nascitur Alligatio.

Alligatio est inuentio differen- 2.

D tiæ,

tiæ, quæ est medius terminus inter extremos inæquales.

Omnis quidem differentia versatur inter extremos inæquales, sed non omnis est medius terminus, qui minor est maiore, & minore maior. Verbi gratia, 5. & 6. differunt 1. at vnitas non mediat inter 5. & senarium, sed $5\frac{1}{2}$. Atq; hæc alligatio insignem vsum habet in granis, liquoribus, metallis, precijs, ponderibus, mensuris omnibusque rerum quæ misceri & temperari possunt generibus: maximè verò in Physicis excellit, vti ex subiectis exemplis constabit. Sæpius regula Alligationis proportione vtitur, licet ipsa proportio non sit atq; eam ob causam nos huius doctrinam proportionum præposuimus. Alligatio autem non vnica sed duplex est: est enim medij quæsiti vel dati.

3. Prima est in qua totum extremorum datorum diuidimus per additorum ipsorum numerum, & cum quoto medium inuenimus.

Vnde extremi dati primò adduntur & totus horum fit diuidendus: diuisor huius existit ille numerus, qui colligitur ex additione datorum extremorum, verbi gratia, si duo sint extremi diuisor erit 2. si tres essent, diuisor est 3. si quatuor, 4. &c. quotus verò diuisionis est ipsum medium

quod

quod hoc Alligationis genere inquiritur. verbi gratia, sunto dati extremi 12. & 20 quorū totus additionis nempe 32. si diuidēdus idq; per binarium, quia duo sunt extremi, vnde quotus 16. ist medius quęsitus. sic inter 14 & 21 medius est 17½. Sunto quatuor dati 7.9.11.13. adde omnes. totum 40. diuide per 4 quia dati fuerūt quatuor & quotus est 10. medius inter 7.& 13 inter 9 & 13, inter 7. & 11 inter 9. & 11. Modius tritici 16. solidorum cū modio secalis 12. miscendus sit, & quęretur pretiū vnius misti modij? adde 16. & 12. & totum 28 diuide per 2. quotus 14. ostēdet pretiū misti.

Mod.	Preti.		
1	16		
1	12		
2	28	1	14

Item misceatur cum his etiā modius hordei 10. solidorū.

1	16		
1	12		
1	10		
3	38	1	12$\frac{2}{3}$

Item Esto pondo Caryophyllorum 36. assium, cinnamomi 15 piperis. 13. & velis misceri primi 6. pondo, secundi 4. tertij 3. quāti erit pondo misti? erit medium 24$\frac{3}{13}$. dispositio est talis: *pretium*

Caryoph.	6	36	216		
Cinn.	4	15	60		
piperis	3	13	39		
	13		315	1	24$\frac{3}{13}$

Vides hic regulā trium, Sic quia extremi

ſæpius dantur, plani adduntur & per diuiſorem totius inuenitur medium vt antea.

4. Secunda Alligatio eſt æquatio plani à dato medio per extremorum differentiam, cum plano extremorum per alternas à medio differentias.

Vt eſto inter 5. & 11. medius datus 8. & quæratur eius æquiparatio cum extremis, id eſt, quæratur is, qui hunc multiplicans faciat eiuſdem potentiæ cum ambobus extremis. Verbi gratia, ſit datus 4. medius inter 2. & 7. æquiparabitur ſumptis alternis differentijs ad extremos multiplicandos, nempe 2. per 3. & 7. per 2. vnde plani 6. & 14. faciunt 20. qui etiam planus eſt à medio per 5. ſimul vtramq; differentiam, vt è deſcriptione ſic patet.

4	2	3	6
	7	2	14
		5	20

Hæc æquiparationis ſpecies inſignem vſum habet in ea miſtionis ſpecie, qua præſtantiore vilius, viliore præſtantius certo gradu temperatur, qui videlicet deſignetur loco medio. Veluti ſi quæratur, quomodo miſcendum eſſet è duobus vini generibus, quorum vnius pinta ſit 5. denariorum, alterius 11. vt pinta valeat 8? Reſp.

8	5	3	15
	11	3	33
		6	48

Causa huius alligationis petitur ex secundo postulato Multiplicationis cap. 3. tractatus præcedentis, quia in idem redit medium multiplicare per integram differentiam, vel per omnes partes differentiæ, quia partes æquant totum: Medium verò tantum in prima multiplicatione augetur quantum in secunda minuitur, vnde defectus & excessus alternis compensantur: atque hæc causa est quare alternæ differentiæ sumantur. *Exemplum.* Si aurifex habeat 100. lb. argenti, quarum vna lb. 17. aureos valet, ac alteram massam cuius 1. lb. valet 24. aureos, quæritur quantum argenti ex altera massa addendum sit priori, vt vna libra pretium 22. aureorum acquirat? Resp.

	17	2
22	24	5
	7	

Ergò 2. lb. prioris argenti postulant 5. lb. secundi, vnde 100. prioris exigunt secundi 250. lb. & pro vna libra concluditur sic: 7. faciunt 1. quid 2.? Resp. $\frac{2}{7}$. Item, 7 faciunt 1 quid 5? Resp $\frac{5}{7}$. vnde ad vnam libram misti argenti conflandam requiritur primi $\frac{2}{7}$ & secundi $\frac{5}{7}$. Sic Archimedes Mathematicorum ocellus aurificis furtum deprehendit in corona aurea regis Hieronis ex consideratione densitatis & raritatis auri & argenti, vnde æquali pon-

dere plus minusue loci occupatur: cuius experimentum fecerat laminis horum metallorum in vas aqua plenum dimissis, vt ex aquæ effusione proportio possit colligi quanti argenti aurifex coronæ aureæ permiscuerat. Esto igitur inæqualis effusio ex aurea massa 20. ex argentea 36. ex ipsa regis corona 24. vnde patet ex differentijs auri triplum fuisse & argenti sub triplum, vnde si corona fuerit 16 pondo, essent auri libræ, 12 & libræ argenti 4. sic est descriptio:

	20	12
24		
	36	4

5. Si medium inter plura extrema detur, vel si altera parte plura extrema dentur, res eadem erit.

Nam vel bini vtrimq; à medio termini, alternis differentijs alligantur, vel idem pluribus, verbi gratia, Si duo sint vina viliora, quorum alterum valet 3. Albos: Alterum 5. albos: duo præstantiora alterum 8. alterum 10. & misceri jubeatur, ex his omnibus quod sit 6. alborum. Vnde intelligis primi 4. secundi 2. tertij, 1. quarti, 3. pintas sumi debere.

	Albi.	*Pintæ.*
	3	4
	5	2
6	8	1
	10	3

Item è quatuor vini generibus 7. 9. 10

10ss. miscendum sit quod est 11, hic medius cadit inter extrema: hinc tria, illinc vnum sic:

7	1	vel sic:	7	1		
9	1		9	1		
10	1		10	1		
11			11			
12	1		12	1	2	4
12	2					
12	4					

Vnde vsus differentiæ & Alligationis vtriusq; liquet: pergimus ad Rationem.

De Ratione, & Rationis Numeratione, & eiusdem generibus.

CAPVT II.

Ratio est duarum magnitudinum eiusdē generis aliqua ex parte, ad inuicē quædam cōparatio. 1. *Euclid. 5. def. 3.*

Dicitur *aliqua ex parte*, quia hic consideratur quoties numerus in numero contineatur, vnde diuisionis ope Ratio cognoscitur: verbi gratia, $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{1}$. dupla, tripla ratio est. Notantur vero rationes cum numerandæ sunt, vt superiore loco Antecedens, inferiore consequens terminus ponatur, vel vt in minutijs solet fieri, licet dissimilis hic sit numeratio, quia additio & multiplicatio planè eadem est, sicuti & subductio & diuisio: Vnde prior operatio simpliciter *Compositio* Rationum dicitur.

2. *Euclid's def. 6.* Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationum quantitates inter se multiplicatæ producunt aliquam rationem.

Quare additio est multiplicatio Antecedentium inter se, vel numeratorum inter se, & multiplicatio consequentium inter se vel denominatorum inter se: Hinc sequitur quod ratio duplicetur, quando ipsius rationis termini bis ponuntur, vt $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ est ergo duplicata ratio in $\frac{9}{4}$. triplicatur verò sic: $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ ergò est $\frac{27}{8}$ quæ additio est terminorum similium multiplicatio. Itaque in terminis rationum quomodocunque cõtinuis, ratio extremorum componitur ex omnibus intermedijs rationibus, verbi gratia, $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ ($\frac{120}{720}$. nam ratio 120. ad 720. est ratio 1. ad 6. quod palam demonstrat Reductio ad terminos minimos proportionales. Sic Subductio & Diuisio in eodem opere sunt, & planè de se mutuo hic prædicantur. Itaque,

3. Subductio rationum est diuisio terminorum homologorum per terminos diuidentis, & ratio habetur quota, quæ & differentia rationis dicitur.

Voco terminos *homologos* cognomines & eiusdem generis, verbigratia, ratio $\frac{2}{?}$

pu-

diuidatur per $\frac{2}{3}$. hic numerator diuidendi, puta 27 debet diuidi per numeratorem diuidentis: & denominator vel consequens diuidendi, puta 8 debet diuidi per denominatorem siue consequens diuidentis: quota igitur ratio erit datarum $\frac{9}{4}$. Item, $\frac{5}{4}$ per $\frac{2}{3}$. sic $\frac{5}{2}$ ($2\frac{1}{2}$. vbi aduertendum est in diuisione $\frac{4}{3}$ ($1\frac{1}{3}$ non ex acta terminorum posse adhiberi diuisionem qualem fractis numeris præscripsimus siue pro datis rationibus numeros diuidi posse, datis rationibus proportionales: verbi gratia, dissoluantur, per $\frac{4}{3}$ $\frac{15}{8}$ ($1\frac{7}{8}$. quota ratio siue reliqua dissolutionis. Ratio est vel simplex vel multiplex, quæ vel sola est vel coniuncta cum simplicibus, ita vt sit multiplex super particularis & super partiens. Nominatur verò ratio inæqualitatis à maiore numero, sed minoris præponêdo sub: v. gr. 3. ad 6 est subdupla: at 4. ad 2. est dupla ratio. Cæterorum doctrina par est. *Superparticularis & superpartiens.*

Superparticularis ratio est, quando numerus maior continet minorem semel & prætereà minoris partem quotam, à qua speciei nomen imponetur. 4.

Datis ergo duobus numeris inæqualibus, si maior minorem semel contineat &

partem minoris, quæ pars exactè maiorem poteſt diuidere, exoriturRatio ſuperparticularis, quæ varia ſibi nomina comparat à parte minoris termini, quia ſi adhuc præter integrũ, ipſius minoris pars dimidia cõtineatur, ſeſqualtera, à tertia parte ſeſquitertia, à quarta ſeſquiquarta, &c.

ſeſqualtera.	ſeſquitertia.	ſeſquiquarta.
$\frac{3}{2}$.	$\frac{4}{3}$.	$\frac{5}{4}$
ſeſquiquinta.	ſeſquiſexta.	ſeſquioctaua.
$\frac{6}{5}$.	$\frac{7}{6}$.	$\frac{8}{7}$.

Progreſsio in ſeſqualtera.

$\frac{3}{2}$ $\frac{6}{4}$ $\frac{12}{8}$ $\frac{24}{16}$. & inverſis numeris fit ſubſeſqualtera: Pars verò quæ præter integrum in maiore continetur, vulgò quota dicitur. Indicat enim quoties alterum ex lateribus contineatur in numero plano.

5. Superpartiens eſt quando numerus maior continet minorem ſemel ac prætérea minoris, non partem quotam ſed quantam, vnde & huic ſpeciei nomen imponitur.

Verbi gratia, 5. ad 3. ratio eſt ſuperbipartiens tertias, quia 5. continent 3. ſemel, & prætérea duas tertias.

Progreſsio in ſuperbipartiente tertias.

$\frac{5}{3}$ $\frac{10}{6}$ $\frac{20}{12}$ $\frac{40}{24}$. Sequitur Ratio Multiplex.

Multi-

ultiplex est maior minore, 6.
do eum metitur minor. 2 def.
um vocamus exacte dividens $\frac{2}{1}$ du-
tripla $\frac{3}{1}$. quadrupla $\frac{4}{1}$. quintupla &c.

ultiplex superparticularis est, 7.
ndo numerus maior continet
orem sæpius ac præterea mino-
rtem quotam.

rbi gratia, $\frac{5}{2}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{9}{4}$ $\frac{11}{5}$ $\frac{13}{6}$ $\frac{15}{7}$. est dupla,
altera, sesquitertia, sesquiquarta, sesquinta, &c. hæc definitio satis intelli-
, quia componitur ex prioribus.

ultiplex superpartiens est quan- 8.
maior continet minorem sæpius
ræterea minoris partes.

erbi gratia, 8. ad 3. ratio est dupla su-
ipartiens tertias. Euclides Partem 3.def.7.
inat, puta, partem quotam, quæ est
erus numeri, minor maiore, quando
itur maiorem: sed partes appellat 4.def.7.
ndo non metitur. Absoluta igitur Ra-
e sequitur ἀναλογία sive proportio
uæ triplex est, Harmonica, Arith-
metica, & Geometrica, de qui-
bus in posterum agen-
dum est.

De

De Proportione Musica & Arithmetica.

CAPVT III.

HActenus comparationem numerorum ratione quantitatis docuimus, nunc ratione qualitatis persequemur. Est igitur,

1. Proportio Musica, quando differentiæ extremorum à medio ad ipsos extremos eandem habent rationem.

Verbi gratia, 2.3.6. Extremi habent rationem triplam sic differentia 1. primi & secundi ad differentiam secũdi & tertij.

Arithmetica proportio est æqualitas differentiarum.

Vt 12.10.8.6. vtrobique est 2. pro differentia, etiam inuersè & alternè: & in disiunctis totus mediorum est æqualis toti extremorum: vnde facilè medium huius analogiæ reperire est, verbi gr. 12

2. Ita in continua proportione medius est duorum datorum dimidius, verbi gratia, 2.3.4. &c. Vbi autem continua proportione Arithmetica continuatur,

		12	
2	1	11	10
2			10
3			9
4			8
5			7
6			6

lgo Progreſſio Arithmetica appel-
/bi duplex inuentio ſpectatur, Op-
rmini, & Summæ. Prima optati ter-
ſt hoc modo:

tollatur vnitas à nomine ter- 3.
optati, planusque à reliquo
ifferentiam progreſſionis, ad-
p rimo termino, totus additio-
it, optatus.

rbi gratia, Si poſtremum progreſſio-
rminum cognoſcere velis abſque
s, ages iuxta elementum. Ponamus
datos eſſe 100. numeros ternario
s facto initio à 10. quæritur quis ſit
merus centeſimus. Sublata igitur
e à 100. reliquus 99. multiplicatur
itam differentiam 3. & planus 297.
ır dato primo 10. vnde vltimus pro-
onis numerus eſt 307. Item quæratur
imerus qui 35. futurus in progreſſio-
æ incipit à 6. hic ſi iuxta elementum
ris, inuenies 210. numerum in data
eſſione futurum ordine 35. Secunda
tio eſt ſummæ, vt ſequitur.

lanus à toto extremorum per 4.
dium nomen termini vltimi, eſt
na.

oc elementum compendium Addi-
eſt, vt verò intelligatur eſto prius
exemplum

exemplum nobis propositum in quo vltimus terminus fuit 307. & 10. vnde additione fit eorum extremorum totus 317. qui multiplicatus per dimidiatum nomen termini vltimi (qui proinde erit 50. quia 100. fuerat vltimus ordine) facit planum 15850, qui est summa 100. numerorum ternario ascendentium facto initio à denario. Nec refert *si summa quæratur per planum à nomine vltimi termini per dimidium extremorum additorum.* Verbi gratia, vt res facilior sit maneamus in dato exemplo & multiplicemus 100. terminum vltimum per dimidium extremorum qui sunt additi: dimidium extremorum totus est $\frac{317}{2}$. qui multiplicatus per 100, facit tantũdem 15850. Ita: $\frac{100}{1}$ $\frac{317}{2}$ facit $\frac{31700}{2}$ (15850.

De Proportione Geometrica, deque eius regula aurea.

CAPVT IV.

1. 4. def 5. PRoportio Geometrica definitur (ab Euclide) τῶν λογῶν ὁμιότης rationum similitudo siue æqualitas.

Vnde si benè percipiatur natura rationis, facilè intelligitur quid sit proportio Geometrica, cuius numeri propriè pro-

ortionales dicuntur. Verbigratia, 4 8. vtenim 3.ad 6. sic 4. ad 8. ratio vbiq; subdupla est, Proprietas disiunctis numeris:

fuerint quatuor numeri analo- 2.
anus ex primo & quarto, æquat *Euclid. 19. propos. 7.*
um mediorum: & contra si æ-
, sunt proportionales.

ec proprietas vulgo Regula trium & Regula dicitur, propter admirabi- sum quem habet in societate vitæ anæ: hinc datis extremis medios & tribus quartum licet inuenire: nam or plani ab extremis, & quotus sunt j proportionales, &

i è tribus datis primus diuidat 3.
um à reliquis, quotus erit quar-
roportionalis.

am ex propositione Euclidæa planus orum æquat, planum extremorum: e inuentó plano mediorum dato- & oblato altero puta primo velut v- lateribus, per diuisionem plani in- gatur alterum latus incognitum. *endium* est

i primus & secundus, vel primus 4.
usque inter se sint compositi,

per

per communem maximum diuisorem ad minores terminos reuocatur.

Verbi gratia, $\not{7} \quad \frac{21}{147} \quad 4\not{9}$
$1 \qquad\qquad 7$

Item, 4. Vlnæ emuntur aureis 12. Ergò vlnæ 7. quanti? Resp. 21. sic est dispositio:

$\not{4} \quad 1\not{2} \quad 7 \quad 21$
$1 \quad\; 3$

Item 6. Conuiuæ dant denarios $16\frac{1}{3}$. Ergò 15. quot dabunt sic: $\not{6} \quad \frac{49}{3} \quad 1\not{5}$
$2 \qquad\qquad 5$

5. reuocantur per ternarium, deinde primus diuidit planum mediorum & quotus est $40\frac{5}{6}$. Expeditur etiam Regula Aurea alijs duabus vijs, quarum prima est:

Si per quotum diuidatur tertius, qui oritur ex diuisione primi per secundum, quotus secundæ diuisionis erit quartus proportionalis.

Verbi gratia, $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$ & per $\frac{10}{3}$. quotum primæ diuisionis nunc diuide $\frac{2}{7}$. $\frac{6}{70}$ id est, $\frac{3}{35}$ Esto exemplum in integris.

2 4 8 qui quotus diuidat ter-
$\frac{2}{4}$ id est $\frac{1}{2}$ tium 8. sic oritur 16. sic
$\frac{8}{1} \times \frac{1}{2} (\frac{16}{1}$.

Hic modus operandi deducitur ex ipsa definitione proportionis Geometricæ: Nam cum proportio sit æqualitas Rationum,

equitur cum diuisionis quotus in-
ationem, quod sicut ratio fuerit
ad secundum, sic sit ratio tertij ad
um: quæ diuisione cognoscitur, vn-
contineatur $\frac{1}{2}$ in 4. toties 8. debet
eri in quarto: si ergo 8. diuidatur
exurgit numerus quartus propor-
is. Secunda via est:

quotus è diuisione secundi ter-
per primum, multiplicetur per
m, planus erit quartus pro-
onalis. 6.

c Methodus vulgaris est in fractio-
, vt in ijsdem Regulam aurcam hoc
semper vulgus exerceat: & facilè
ue probari potest eiusdem veritas
titudo. Nam in directa proportione
ici vt quoties diuisor qui hic est pri-
erminus continetur in secundo, to-
rtius debet comprehendi à quarto:
uotus prior hoc docet, vnde talis
us deberet etiam nasci si quartus in-
itus diuideretur per tertium: & quia
isione quotus, & diuisor multipli-
eddunt diuidendum, ita hic quotus
rtium ductus exhibet nobis quar-
proportionalem quæsitum: datis e-
duobus lateribus multiplicatione
tur planus. Esto Exemplum in inte-

gris quia par est ratio fractionum. 2 4
diuidatur per primum, secundus sic $\frac{4}{2}$. i
est, $\frac{2}{1}$. multiplicetur hic quotus per ter
tium terminum 8. efficies 16. nam $\frac{8}{1}$ $\frac{2}{1}$. f
cit $\frac{16}{1}$. id est 16. Sunto fractiones $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$.
quæratur quartus proportionalis: vul
sic disponunt $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$. vnde sic multip
cant bis quina sunt 10. & septies dena su
70. semel terna sunt 3. & bis terna sunt
vnde oritur quartus proportionalis $\frac{6}{70}$.
est dispositio.

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}\ (3,\ 10) \qquad \frac{2}{7}\ \frac{6}{70}$$

Si placet experiri an sic secundus ter
minus diuidatur à primo, & quotus mu
tiplicetur cum tertio, disponam sic prio
res fractiones $\frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$. facit $\frac{3}{10}$. qui quot
ductus in $\frac{2}{7}$. patet quod faciat planum $\frac{6}{}$
id est $\frac{3}{35}$. & quod secundus in dispositio
vulgari fuerit diuisus per primum.

7. Termini hic ita debent dispon
vt primus tertio, secundus sit qua
to homogeneus, & tertius quæstio
nem faciat.

Proportio enim comparatio est quæ de
bet versari inter res eiusdem generis: vn
de si adsit Heterogenia reuocabuntur te
mini in ordinem atque ad eandem natu
ram. Sæpè verò quæstiones heterogene
terminis proponuntur quos a nte opera
tio-

m Arithmeticus in homogeneos
redigere, verbi gratia: si quæratur:
lomadæ tres, horas habent 504. dies
ot horas habent ? Hic sunt termini
rogenei, hebdomadæ & dies: quare
omadæ prius reuocentur ad dies per
it ergo 3. septena 21. tumque dices
es sunt horæ 504. Ergo 4. sunt 96.

plum Aureæ Regulæ in Integris secundum tres methodos.

uot horæ sunt in 6. diebus, cum in 3.
72 ? Proportio sic expeditur secun-
primam Methodum:

2 6 planum in- x x
6 uentũ dein- 4 3 2 (144. quo-
2 de per primũ 3 3 3 tus &
quartus proportionalis.

em exemplum esto per secundam
odum: 3 72 6. diuidatur hic
us per secundum sic $\frac{3}{72}$. nunc tertius
atur per quotum sic: $\frac{3}{72} \times \frac{6}{1}$ vnde pro
citur 432. & pro $\frac{3}{72}$ oritur 3. qui cum
co quoti debet alium diuidere sic:

(144. vbi præcedens quotus redit.
Item, per tertiam viam sic expe-
is: 3 72 6. hic secundus numerus,
terminus diuiditur per primum sic:

24. quotus multiplicatus cum ter-

 tio

tio, puta 6. reddit numerum 144. quartum proportionalem.

Eadem operatio operatur in fractis.

$\frac{4}{5}$. dat $\frac{5}{6}$, quid suppeditat $\frac{7}{9}$. iuxta elem 3. huius capitis, $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{35}{54}$ hunc planum oportet diuidere per priorem fractionem sic: $\frac{35}{54} \times \frac{4}{5}$ facit $\frac{175}{216}$. hic est quartus proportionalis datarum fractionum.

Idem aliter.

$\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{9}$ hic primus diuiditur per secundum sic: $\overset{24}{\frac{4}{5}} \times \overset{25}{\frac{5}{6}}$. ergo quotus est $\frac{24}{25}$. per quem tertius est diuidendus hoc pacto: $\frac{7}{9} \times \frac{24}{25}$. ergo quotus est $\frac{175}{216}$. prout antea.

Idem aliter.

$\frac{4}{5} \times \underset{24}{\overset{25}{\frac{5}{6}}}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{175}{216}$. Vides hic ex dispositione quomodo operatus fuerim: ostendi verò superius quod hic legitimè operemur iuxta elementum 6 huius
8. capitis, atque hic vltimus modus in fractis est vsitatissimus, sicut primus omnium, in integris.

Ad Principem proportionem concludendam aliquando sola additio, vel etiam cum multiplicatione, vel sola multiplicatio, sæpè subductio & sola & cũ multiplicatione, nonnunquam Diuisio, subinde alia proportio partim Arithmetica, partim Geometrica debet antecedere.

Hoc

c elementum est experientiæ & va-
emplis illustrandum : id tamen in-
ndum est, quod nomine Additio-
Subductionis, fractorum quoque Additio sola præcedit.
rationem complectamur.

Exempla.

aromatum pondo 1000. in Lusita-
npta sunt nummis 10000. proque
ctigal pensitatum nummis 1000.
m Dantiscum vsque fuerit 300. ibi
e vectigal 500. vectura Amsteroda-
vsque 200. accesserit ministrorum
sa 2000. mercator lucrari vult
quanti diuendet pondo? Dicet er-
00. pondo valent 18000. Ergo 1.
t quanti? 18.

10000
1000
300
500
200
2000
4000
18000 totus.

Item: Subductio.

cator cum altero societate inita cō-
,0$\frac{1}{5}$. libras flandricas & lucratur $\frac{2}{5}$.
quæritur quid alter contulerit? vnde
es si primus habuerit $\frac{1}{5}$. lucri ergo
lucrum fuit $\frac{5}{5}$. tolle ergò $\frac{1}{5}$. de $\frac{5}{5}$. re-

 ma-

manet $\frac{4}{5}$.pro lucro alterius: iam conclu de principem proportionem $\frac{1}{5}$. lucri contulit $10\frac{1}{2}$. Ergo $\frac{4}{5}$. contulit? Reſpondeo,

$\frac{1}{5} \times \frac{21}{2}$ (105 / 2) $\frac{4}{5}$ $\frac{420}{10}$ | 42.libras flandricas.

Item.

Vlnæ panni 8. venduntur 3. imperialibus daleris & 5.albis, quanti conſtaret integer pannus vlnarum 25? diſpoſitio ſic eſt: 8 3. imp.& 5. albi, ergo 25. Hic quia termini ſunt heterogenei, fiunt homogenei, ſi tres imperiales reuocentur ad albos, & quia 76.albi faciunt imperialem, oportet 3.multiplicare per 76. iuxta Elementum 3. cap. 10.tractatus præcedentis, vnde planus oritur 228. cui 5. nunc adde & habes 233.iam conclude:

8 valent 233 albos quanti valebũt 25?

Multiplicatio.

```
  233          261
   25         5825 ( 728 1/8.
 1165          888
 466
 5825          56
               164
                8
```

Ergo 25.valent 9.Imperiales, 44.albos, $1\frac{1}{2}$. halleros.

Item.

Commuta 3. daleros Imperiales in albos, in Vetmannos, in halleros ſiue duodenarios, æquali ſingulorum generum numero, quot Albi, quot Vetmanni ſiue

Additio eſt cum Multiplicatione.

Octo-

Octonarij, quot halleri futuri ſunt? Reſp. $130\frac{3}{7}$. Commuta 3. Imperiales in Albos, id eſt in 76. habebis 228. Deinde Albos in minimam propoſitarum monetam, vt in halleros, habebis 2736. quales Albus valet 12. Vetmannus 8. hallerus. I. Hi valores 12. 8 1. additi ſunt 21. vnde proportio concludetur, 21. continet ſemel ſingula quæſita genera, Ergo 2736. continent centies tricies cum $\frac{3}{7}$. Adde ſingula hæc genera, ſumma Alborum redibit.

Item.

Si quis ſit in ære alieno quod perſoluerit $\frac{1}{6}$. deinde $\frac{1}{8}$. & reſtent 8. Imperiales, quæritur quantum fuerit totum æs alienum? Adde partes $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$. totus eſt $\frac{7}{24}$. quantum hic numerus deficit à nomine tãtum debitor deficit in integra ſolutione quare adhuc debet $\frac{17}{24}$. qui valent 8. Imperiales: vnde concludimus 17. valent 8. quid valent 7? itaq; totus æs alienum fuit $11\frac{5}{17}$. Imperiales. *Additio & Subductio.*

5
56 ($3\frac{5}{17}$.
17
8

Item.

In hoc Epigrammate Græcorum:

Augeam interrogauit magnæ virtus Alcidæ,
Multitudinem armentorum quærens: ipſe verò reſpondit:
Circa quidem Alphei fluenta amice dimidium horũ:
Pars verò octaua collem Saturni circumpaſcuntur.

Duodecima autem (secessit) Taraxippi ad montem·
Circa verò Elidem diuinam vigesima pascuntur.
Verum in Arcadia trigesimam reliqui:
Reliquos autem vides greges hic quinquaginta.

Quæritur, quot sunt greges Vniuersi & quot singulis locis ? Termini sic disponuntur: $\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{12}\ \frac{1}{20}\ \frac{1}{30}$. qui addantur communis diuiduus à datis nominibus est 120. qui diuisus per singula nomina producit hos numeratores $\frac{60}{120}\ \frac{15}{120}\ \frac{10}{120}\ \frac{6}{120}\ \frac{4}{120}$: quorum totus est $\frac{95}{120}$. hic tollatur ab integro $\frac{120}{120}$. reliquus est $\frac{25}{120}$. id est $\frac{5}{24}$. qui valent 50. gregem vnde concludes: $\frac{5}{24}$. dant 50. ergo $\frac{1}{2}$? terminis sic dispositis operare:

$\frac{5}{24} \times \frac{50}{1}\ \frac{1200}{}\ \frac{1}{2}$ ergo 1200 (120. ad Alphæū.
5 10 — 10

Item, $\frac{5}{24}\ \frac{50}{1}\ \frac{1}{8}$ 120 (0|30 Ad collem Saturni.
44

Item, $\frac{5}{24} \times \frac{50}{1}\ \frac{1}{12}$ 120|0 (20 In Taraxippo.
5 60 — 66|0

Item, $\frac{5}{24} \times \frac{50}{1}\ \frac{1}{20}$ 12|00 (12 ad Elidem.
5 100 — 1|00

Item, $\frac{5}{24}\ \frac{50}{1}\ \frac{1}{30}$ 120|0 (8 In Arcadia.
5 150 — 15|0
120

quotiadditi:	120	
faciunt	30	Huic 190. si addas
	20	nunc 50. habes to-
	12	tum gregem 240.
	8	
	190	

Item:

Item:

Nuntij duo Colonia Antverpiam contendunt, sed primus 10. millia passuum quotidie conficit, secundus 14 primus $1\frac{1}{2}$. vnum diem cum dimidio præcesserit: quando secundus assequetur? colligis per subductionem quotidie, secundo conficiendum esse tantundem, quantum primus conficiat & præterea 4. millia passuum: Duc $1\frac{1}{2}$. in 10 & planus 15. ostendit, iter confectum à primo antequam secundus se dederit itineri: dein sume exuperantiam secundi & dic 4. millia vno die conficit secundus supra primum 15. millia passuum quot diebus supra eundem conficiet? Proportio est talis: 4 1 15. & respondetur 3. die cum $\frac{3}{4}$.

Multiplicatio & Subductio antecedit.

Item:

Vnum dolium valet 4. aureos, pintę vini 5184. quanti valebunt? reduc pintas 5184. per diuisionem ad dolia & quia 288. pintę faciunt dolium, ideo diuide 5184. per 288. vnde oritur quotus 18. dic ergo 1. valet 4. aureos 18. dolia valebunt igitur 72.

Diuisio antecedit.

Item:

Putearius quidam puteum 34. brachiorum redemit effodiendum libris 60. effossis autem brachijs 20. ægrotare cœpit, mercedemq; debitam rogauit, quanta igitur ea est? Itaque hic primo vsus erit

Proportio Arithmetica antecedit. proportionis Arithmeticæ, quia labor gradatim crescit & primi laborem ferè continet secundum & tertium vtriusque: quæratur ergò iuxta elementum 4. cap. 3. huius tractatus, Summa progressionis: totus extremorum est 35. qui ductus per dimidiatum nomen 34. id est 17. facit 595. similiter quæratur summa progressionis 20. cuius dimidius puta 10. ducatur per 20. & 1. additos, id est 21. facit planum 210. vnde sic concludo vt 595. ad 60. sic 210. ad $21\frac{3}{17}$:

Item.

Vlna panni constat $3\frac{2}{3}$. solidorum quanti vendentur 12. si libra flandrica lucraturus sū 2. solidos siue 12. asses? Hic proportio Geometrica debet præcedere talis: 20. solidi dant 22. quid dabūt $3\frac{2}{3}$? $\frac{20}{1}$ $\times$ $\frac{22}{1}$ $\frac{11}{3}$. facit $4\frac{1}{30}$. iam dic vna Vlna constat $4\frac{1}{30}$. quanti constant 12.? dispositio est talis:

Geometrica proportio antecessit. 1 $\times$ $\frac{121}{30}$ $\frac{12}{1}$. quartus est $48\frac{2}{5}$ id est, 2. lb. 8. solidos & $\frac{2}{5}$. vnius solidi.

Item.

E duobus Architectis primus absolueret 30. diebus, secundus 40. tertio autem addito 15. diebus absoluunt, quot diebus tertius solus effecisset? Primus 30. diebus absolueret totum ædificium. Ergò 15. diebus absoluet $\frac{15}{30}$. id est, $\frac{1}{2}$. Secundus absolueret 40. diebus 1. ergo 15. diebus absoluet $\frac{15}{40}$. id est, $\frac{3}{8}$. adde partes $\frac{1}{2}$. & $\frac{3}{8}$. fiunt $\frac{7}{8}$. quod pri-

primus & tertius ſimul efficiũt, vnde ſubductione facta $\frac{7}{8}$. ab $\frac{8}{8}$. reliquus eſt $\frac{1}{8}$. qui indicat laborem tertij ſiue opus quod 15. effeciſſet diebus: Ergò ſequitur ſi $\frac{1}{8}$. conficiatur $\frac{15}{1}$. diebus, quod $\frac{1}{8}$. efficeretur diebus 120. *Hic antecedit Additio & Subductio partium & duplex proportio.* Patet igitur quod elemẽtum traditũ vſu confirmetur, qui cũctarum diſciplinarum magiſter eſt.

De Regula aurea Reciproca.

CAPVT V.

HActenus fuit Proportio ſimplex & directa, in qua vt ſe habebat primus terminus ad ſecundum, ſic tertius ad quartum: nunc verò agendum eſt inuerſo ordine, quia in Reciproca proportione vt ſe habet primus terminus ad tertiũ, ſic ſe habet quartus ad ſecundum.

In pròportione Reciproca planus 1.
à primo per ſecundum, æquat planum à tertio per quartum.

Hoc fundamentum eſt inuersè operandi in regula Reciproca: v.gr. Amphora vini vna ſufficit 3. dies 30. conuiuis, eadem 6. dies quot conuiuis ſufficiet? termini proportionis ita ſunt: 3 30 6 16. Videtis quod hæc proportio nõ ſit recta ſed inverſa & in terminus primus 3. ſe habet ad

ad 6. tertiũ ſic quartus proportionalis, puta 15. ſed habet ad ſecundum puta 30. vtrobique enim dupla eſt proportio. Itaq;

2. Si è tribus datis alternè homogeneis, tertius diuidat planum à reliquis quotus erit quartus proportionalis.

Dixi è tribus terminis alternè homogeneis, quia hic eadem lex homogeniæ ſeruari debet, terminique diſponi ſicut in proportione directa. Alterna autem homogenia eſt, quia primus cum tertio, ſecundus cum quarto debet eſſe eiuſdem nominis & rei: Vnde ſi in quæſtione propoſita occurrant floreni cum albis, vel Imperiales cum florenis, albis, obolis, &c. res maior debet in minimam redigi, idq; per doctrinam Reductionis ſuperiore tractatu traditam.

3. Hoc proportionis genere vtendum eſt, quoties pro ratione potentiæ, temporis, ponderis, pretij, menſuræ, auctis vel minutis momentis, res contra minuuntur, vel augentur.

Vnicè quippe cauendum eſt, ne periculoſo errore directam proportionem pro reciproca & contrà concludamus: atque id res ipſæ numeratæ melius docent

quam

quam numerorum natura. Dogma Aristotelicum eſt, quod *ſi potentia ſit in quodam tempore tanta, maior erit in minore.* Sed illuſtremus doctrinam exemplis:

Pannus quidam longus vlnarum $30\frac{3}{4}$. & latus $1\frac{3}{4}$ quæritur quando latitudo eſſet $1\frac{2}{3}$. quanta eſſet eiuſdem longitudo? Termini proportionis ſunt ita: $\frac{7}{4}$ $\frac{123}{4}$ $\frac{4}{3}$. Planus à primo & ſecundo eſt $\frac{861}{16}$. qui diuiſus per tertium $\frac{4}{3}$. producit quotum $40\frac{23}{64}$.

Item 7. menſes commeatus ſuppetit 3000. obſeſſis militibus: 12. menſes quot obſeſſis ſuppetet? diſpoſitio hæc eſt:

7 menſes 3000 obſeſſis. 12 menſes
7 quot?

21000 Si tertius 12. hunc diuidat oritur quartus proportionalis 1750.

Item, cum modus tritici vænit 5. aureis, tum panis eſt 4. vnciarum: Ergò cum vœnit 3. panis erit vnciarum $6\frac{2}{3}$. ſic:

5 4 3

2
20 ($6\frac{2}{3}$.
3
18

Item, Tres mercatores ſinguli lucrati ſunt 30. aureos: Primus per ſex menſes ex aureis 60. Secundus per 7. tertius per 5. ex quanam vterque ſorte poſteriores id lucrum

crum quæsiuerint? dico si 6. menses lucrentur commune lucrum ex sorte 60. aureorum 7. menses id faciunt ex $51\frac{3}{7}$. sic

6 60 7 Item dico si 6 ex 60.
6 lucrentur, ergò 5. dat 72.
———
360 ($51\frac{3}{7}$. Ex quibus patet quo-
7 (

modo res augeantur & minuantur in data proportione, quippe in postremo exemplo, vt sors erat maior, sic tempus erat minus, & vt tempus longius sic è contra sors minor.

De Proportione Multiplici, vbi de Regula Societatis, & affinibus agitur.

CAPVT VI.

EXpediuimus Proportionem simplicem eiusq; genera, vbi quatuor tantum termini; sequitur multiplex vbi plures quàm quatuor vsurpantur. Multiplicitas oritur vel per Compositionem, hoc est, vel Additionem aut Multiplicationem, vel per continuationem, de qua postea agemus. Datur quidem Additio antecedentis cum consequente ad consequens, vel complurium antecedentium ad vnum consequentem, vel vnius antecedentis ad plures consequentes, quæ frequẽs est in demõstrationibus, sed illa popularior est de qua sic Euclides loquitur. 12. propos. 7.

Si

Si fuerint quotcunque numeri analogi, erit ſicut vnus antecedentiū ad vnum conſequentium, ſic omnes antecedentes ad oēs conſequentes. 2.

Hanc Propoſitionem demonſtratam ab Euclide Practicus ſumit loco *Poſtulati* vnde euidenter probat Regulam, quæ propter quotidianum vſum, in conſortio & ſocietate hominum, vulgò regula ſocietatis, potius æquitatis & politia diceretur, v.gr. Sunto dati, $\frac{2}{1}\ \frac{4}{2}\ \frac{8}{4}\ \frac{16}{8}$. dico omnes antecedentes 2.4.8.16. quorum totus eſt 30. ſimiliter affici ad ſummam cōſequentium, 1.2.4.8. qui reddunt 15. atq; vnūs ex antecedentibus afficitur ad vnum conſequentem, videlicet 2. ad 1. vbiq; eſt ratio dupla: nam ex additione ſiue multiplicatione naſcitur eadem ratio. quare,

Si conſequentes omnes dentur additi, antecedentes autem ſeparati, tumq; antecedentes omnes pro primo analogię termino conſtituendo adduntur & ſeparati ad ſuos ſingulos conſequentes concluduntur. 3.

Totus ergò antecedentium eſt primus proportionis terminus: ſecundus verò eſt totus conſequentium oblatus: tertius eſt aliquis antecedentium vt per Regulā auream concludatur, debitum ipſius conſequens.

quens. Hinc manifeſtũ eſt, quod in aurea Regula ſunt trium vnus terminorũ detur ſæpiuspoteſtate & nõ actu. Eſto exemplũ: Tres Mercatores contulerunt aureos, primus 90. ſecundus 60. tertius 50. lucrati ſunt aureos 100. quantum ſingulis accedit? Hic totus conſequentium oblatus eſt 100. dati ſunt antecedentes ſeparati 90. 60. 50. qui ſunt addendi vt conſtituatur primus proportionis terminus pura 200. Ergo quia tres ſunt ſeparati antecedentes dati, ſinguli pro tertio termino conſtituti, per auream Regulam dabunt ſuos ſingulos conſequentes ſic:

		90	dant 45
200.	dant 100.	Ergo 60	dant 30
		50	dant 25

vel ſic: $\frac{90}{45}$ $\frac{60}{30}$ $\frac{50}{25}$. Vides itaque duplam vbique rationem tam in totis $\frac{200}{100}$. quam in partibus datis: eadem ratione ſingulares ſortes ex additis conſequentibus concludentur, verbi gratia:

		45	90
100	200	30	60
		25	50

Item:

Aurei 200. ſint tribus ea conditione partiendi, vt primus triplo plus habeat, quàm ſecundus, & ſecundus quadruplo quam tertius, quota pars erit ſingulorum?

hic

hic primò totus consequentium est oblatus 200. separati actu nō dantur sed ex data proportione sumuntur in qua sunt minimi 1.4. 12. vt patet: ergo si additi faciunt primum proportionis terminum puta 17. sic est dispositio:

				12	$141\frac{2}{7}$.
17.	dant	200.	Ergò	4	$47\frac{1}{17}$.
				1	$11\frac{13}{17}$.

Magnus hodie error ab Arithmeticis Practicis committitur, qui omnia exempla ad Regulam Societatis detorquent, quæ nomine suo societatem attingunt, quasi verò omnis quæstio, quæ aliquo modo pertinet ad consortium, sic explicari debeat, cum sæpè Problema propositum ad simplicem proportionem pertineat, verbi gratia: exemplum secundum à nobis ad element. 8. cap. 4. propositum, quod ibi Subductio antecedit. Fateor quidem amplissimum Regulæ vsum esse, nihilominus eiusdem limites agnosco. Excellit potissimum in distributione bonorum iuxta æquitatem, quando illa nequeunt distribui sicut proponitur, sed pro lege ęquitatis & ratâ portione id faciendum sit. verbi gratia: octo Creditoribus debentur aurei, primo, 100. secundo, 86. tertio, 75. quarto 60. quinto 54. sexto 32. septimo 24. octauo 15. sed debitor non est sol-

uendo habetque tantum aureos 150. Itaque cum omnibus ex asse nequeat satisfieri, recurrendum est hic ad regulam iustitiæ, & vnicuique soluendum est pro rata portione crediti : quare totus antecedentium est ex debitis collectus 446. vnde sic est tota dispositio.

		100	$33\frac{141}{223}$
		86	$28\frac{206}{223}$
446 dant 150.	Ergò	75	$25\frac{50}{223}$
		60	$20\frac{40}{223}$
		54	$18\frac{36}{223}$
		32	$10\frac{170}{223}$
		24	$8\frac{16}{223}$
		15	$5\frac{10}{223}$.

Item.

Quinque fratribus sit hæreditas relicta 3000. aureorum, sed primo obueniet $\frac{1}{2}$. secundo $\frac{1}{3}$. tertio $\frac{1}{4}$. quarto $\frac{1}{5}$. quinto $\frac{1}{6}$. quæritur rata portio singulorum ? nam cæteris nihil relinqueretur , si primus 1500. secundus 1000. tertius 750. auferent sicuti hic proponitur. Adde igitur datos antecedentes $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$. hic minimus diuiduus à nominibus est 60. per quem singula nomina diuisa, dant numeratores datis proportionales, puta 30. 20. 15, 12. 10. & etiam integros proportionales propter nominis communis abiectionem, vt docet element. 7. capit. 10. tractatus prioris : totus

tus ergo integrorum proportionalium est 87. pro primo proportionis termino, sicut pro secundo datus numerus 300. sic igitur dispositio est:

			30	$1034\frac{42}{87}$
			20	$689\frac{57}{87}$
87	dant 3000	Ergo	15	$517\frac{21}{87}$
			12	$413\frac{62}{87}$
	Item.		10	$344\frac{72}{87}$

Tres partiuntur 100. ea conditione, vt primus capiat $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$. Secundus $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. Tertius $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. hic similiter æquitas adhibenda, quia primus & secundus auferunt plus toto. Minimus communis diuiduus est 60. vnde exurgunt numeratores 20. 15. 15. 12. 12. 10. Ergo 35. pro primo: pro secundo 27. pro tertio 22. qui sunt antecedentes separati, & coniuncti faciunt 84. vnde sic concluditur.

			35	$41\frac{2}{3}$
84	dant 100.	Ergò	27	$32\frac{1}{7}$
			22	$26\frac{4}{21}$.

Item.

Quatuor sic partiuntur 600. aureos, vt primus habeat $\frac{2}{3}$. & 9. aureos, secundus $\frac{3}{5}$. & 8. tertius $\frac{5}{6}$. & 7. quartus $\frac{7}{8}$. & 6. Cum 600 datum sic totum consequens, ab hoc subducantur primò integri, 9. 8. 7 6. qui collecti faciunt 30. vnde manebunt distribuendi 507. & integri dati tandem suis quotis inuentis debent addi. Secundò

quæratur minimus diuiduus 120. vnde proportionales inuenti 80. 72. 100. 105. adduntur, vt totus eorum fit primus proportionis terminus. Exemplum sic est.

	80	$136\frac{261}{357}$
557. dant 570. Ergo	72	$122\frac{342}{357}$
	100	$166\frac{232}{557}$
	105	$173\frac{231}{357}$

De composita proportione.

CAPVT VII.

Diximus quod compositio proportionis fieret vel per additionem de qua egimus, vel per multiplicationem solam, vel subinde cum additione coniunctam. Itaque

1. Composita proportio per Multiplicationem est, in qua duo plani eorum pro binis simplicibus assumuntur, accedente interdum additione.

5. propos. 8. Elementi huius causa petitur ex Euclide, quia plani numeri ad inuicem, seruant rationem compositam ex lateribus. Et sicut proportio simplex fuit directa & reciproca, ita etiam composita quarum operatio

peratio differt penes modum multiplicandi.

Directa proportio Composita per Multiplicationem est,in qua bini simplices assumpti rectè: Reciproca in qua multiplicantur alternè. 2.

Primi generis exemplum est: Si quis aureis 3.per menses 2. lucraretur 8. aureos quæritur aureis 4.per menses 6. quot lucrabitur? termini sic erunt:

a. 3	8	4 a.	
Menses 2		6 Menses.	
6	8	24	facit 32.

Hic ergo directa proportio composita est,quia bini primi puta 3.& 2.rectè & quasi perpendiculariter multiplicantur, sicut etiam bini vltimi 4. & 6. & plani ipsorum assumuntur, atque tunc concludimus & operamur,veluti in proportione simplici & directa consueuimus. Aliud, Modius tritici 15. solidorum dat panem 8. Vnciarum,2.denarijs, Ergò modius 20. solidorum dat panem 15. vnciarum, 5. denarijs. Termini sic sunt.

15	2	20	
Vnciæ 8		15 Vnciæ.	
120	2	300	5

Vbi accidit terminum antecedentis,æ-

ucri $\frac{2}{5}$. quæritur ſors ſecundi? dic ergo ſi ſecundus obtineat $\frac{2}{5}$.lucri, primus habet $\frac{3}{5}$.lucri: Multiplica pecuniã primi per ſuos mẽſes id eſt, 20. per 12. vnde oritur 240. & dic $\frac{3}{5}$. dat 240. ergò $\frac{2}{5}$. dat $\frac{2400}{15}$. id eſt 160. qui numerus ſortem cũ tempore cõplecti-tur: vnde ſi per 5. diuidatur, oritur 32. ſors ſecundi. Hoc problema fuit mixti generis & potius pertinet ad proportionem ſimplicem, quam antecedit ſubductio, & comitatur diuiſio, quam quod huc referatur: id enim huic doctrinæ debet acceptũ ferre, puta, quod data pecunia cum ſuo tempore multiplicetur.

Itẽ, Canonici 12: & Sacellani 20. partiuntur quotannis aureos 3000. ſed ea lege, vt Canonicus 5. accipiat, quoties Sacellanus 4 quæritur de vtriuſque ſtipendio annuo? Hic iam dati ſunt antecedentes ſeparati quos oportebit addere vnde ſic concluditur:

12	3000	20
5		4
60		80

140 dant 3000 Ergò 60 $1285\frac{5}{7}$.
8 $1714\frac{2}{7}$.

In quo exemplo vides manifeſtè quomodo plani aſſumantur pro binis ſimplicibus, & quomodo accedente additione fiat concluſio directa: at in ſequenti reciprocè & inverſe concludimus.

Item, Dati 2. meſſores demetiunt 6. iu- *Exemplum*

Reciproca proportionis composita.

gera, 4. diebus, 8. messores 12. iugera, quot diebus demetent? Termini sic sunt:

Messores 2 dies 4 8 Messores.

Iugera 6 12 Iugera.

24 4 48. quotus 2.

24

96 (2.

48

Item.

Aurei 100. lucrantur aureos 5. mensibus 12. eodem fœnore 200. aurei quot mensibus lucrabuntur aureos 15. Exemplum sic erit:

Aurei 100 menses 12 200 aurei.

Lucri 5 15

1500 12 1000

12

3000 18|000| Ergo quotus est 18. menses.

1500 1|000|

18000

In duobus exemplis propositis liquet operatio in proportione Reciproca & composita: assumuntur plani non per Multiplicationem directam, sed alternam facti, & concluditur reciprocè.

Huc pertinet & *Regula Virginum* & *Regula*

tini nuncupant. Illa ſic vocatur quod virginum perſonæ inter ipſius exempla reperiantur: hæc quia communiter Iudæi rem vſurariam exercent.

Exemplum Regulæ Virginum.

Inter 12. diuidendi ſunt 36. floreni ea lege vt viri ſenos: mulieres quaternos: virgines autem ſingulæ binos accipiant. Quæritur igitur quot cuiusq; ſexus perſonæ, ſeorſim ac ſingulatim fuerint, & quantum ſingulæ acceperint?

Diſpoſitio.

	Partes				
Perſ.	6.	*floreni.*			
12. d.	4.	Q. 36.	Viros	2	
	2.		Mul.	2	
			Virg.	8	
				12	

		Item.			
Vir		6	Ergo viri	2	12
Mulier	D.	4	ergo mul.	2	8
Virgo		2	ergo virg.	8	16
			Summa		36

Hic perſonæ priorem locum: nomina partium medium: poſteriorem pecunia diuidenda obtinet. Deinde ex partibus minima ſubtrahitur à ſingulis & ſeipſa ſic:

420 differentiæ 4 . 2 o. ſunt diui-
642 ſores qui è regione cuiuſque eo
222 ordine quo ſubſtractio facta eſt,

 notan-

notantur hoc modo:

	6		4	
12	4	36	2	
	2		0	

Tertiò ducitur numerus personarum puta 12. in 2. numerum medij loci minimum & fiunt 24. quæ subſtracta à 36. relinquunt 12. quartò reſiduum 12. per diuiſores 4.2.0. ſigillatim diuiduntur, ita tamen vt poſt prioris diuiſionem ſemper aliquid relinquatur, à poſteriore deinceps diuidendum, donec ad vltimum perueniatur. Diuiſis ergo 12. per 4. hac lege, quotus eſt 2. Nam ſi ter ſumatur, nihil relinqueretur, quod eſt contra hypotheſin: Rurſus 4. reſiduo diuiſo per 2. quotus eſt 2. quia ſi Vnitatem ſumeremus, reſiduum eſſet inutile, eò quod poſtea vnus numerus & 0. eſt, & aliam operationem requirat. Quoti ex hac diuiſione collecti, cuiuſque generis perſonas indicant, excepto vltimo, cuius numerum monſtrat reſiduum quod naſcitur ex toto quotorum & ſubſtracto à numero perſonarum. Itaque 2. & 2. (quæ conſtituunt numerum virorum & mulierum) addita faciunt 4. quæ ſubſtracta à 12. relinquunt 8. pro numero virginum.

Exem-

Exemplum Anatocismi est.

Iudæus Christiano dedit florenos 100. qui annua vsura pariunt 25. sed quia quinquennio elapso vsura non fuit prastita in sortem conuersa est, hinc quæritur, quantum vsuræ habebit Iudæus, de vsura & Summa præcipua?

Nunc quia 100. ad 125. habent eandem rationem quam 4. ad 5. dic:

4	5	125	$156\frac{1}{4}$	secundo anno.
4	5	$156\frac{1}{4}$.	$195\frac{5}{16}$	tertio.
4	5	$195\frac{5}{16}$	$244\frac{6}{24}$	quarto.
4	5	$244\frac{6}{24}$	$305\frac{45}{256}$	quinto.

Tandem principalis sors ab vltimo substracta, relinquit vsuram quinquennij $205\frac{45}{256}$

Quod si rursus ex Anatocismo & data ratione inter sortem & vsuram, velis sortem colligere, facies hac ratione: Sume numerum quemcunque pro sorte, eumque secundum eandem rationem, quæ est inter sortem & vsuram, continua ad tot numeros progressionis Geometricæ, quot sunt numeri annorum, quibus vsura præstita non fuit. Maneamus in exemplo pro 100. sit sors primi anni 256. Erit igitur sors anni secundi 320. tertij 400. quarti 1500. quinti 626. Sextus est vsura & sors quinti, $781\frac{1}{4}$. Iam dic $781\frac{1}{4}$. quintus annus siue terminus

minus Vſuram cum ſorte produxit $305\frac{45}{256}$. quantum parit 256. qui fuit terminus, ſiue annus Vſuræ primus? faciet quotus 100. numerum ſortis principalis. Nam $305\frac{45}{256}$. per 256. multiplicata producunt 78125. quæ rurſus per $781\frac{1}{4}$. ſiue $\frac{3125}{4}$. diuiſa reddunt quotum $\frac{312500}{3125}$. id eſt 100.

De Proportione Multiplici per continuationem.

CAPVT VIII.

1. TRadidimus proportionem quæ fuit per Compoſitionem multiplex: ſequitur quæ fit per continuationem (vnde oritur æquatio) nempe quando ex quatuor datis numeris proportionis, efficimus tres numeros proportionales :. id fit ſimiliter per Multiplicationem.

2. 4. propoſ. 8. Continuatio igitur rationum eſt multiplicatio, primi è quatuor datis per tertium, & ſecundi per quartum. Planorum enim medius eſt datarum rationum continuator.

Vt ſunto datæ rationes diſiunctæ, id eſt, in quatuor numeris vel terminis ſic: 3. ad 2. & 5. ad 4. quęruntur numeri, qui eaſdem & eodem ordine continuent, deſcribantur verò ſic, vt medij ſibi denuo ſubnoten-

tentur, & descendente recta separentur hoc modo:

3	2	5	4
	2	5	
15	10		8

Dico datas rationes in quatuor terminis disiunctas iam in tribus repertis 15. 10. 8. factas esse continuas. Vt enim 3.ad 2. sic 15.ad 10. Et vt 5.ad 4. sic 10. ad 8.

3. Si rationes plures duabus continuandæ sint, inuentorum terminorum vltimus multiplicabit nouos datos, & horum primus omnes præcedentes antea repertos.

Verbi gratia, Si ad modo inuentos 15. 10. 8. continuanda esset tertia 3. ad 7. sic fieret descriptio:

15	10	8 | 3	7
		8 | 3	
45.	30.	24.	56.

Etenim vt 15.ad 10. sic 45.ad 30. vt 10.ad 8. sic 30.ad 24. Iam porro vt 3.ad 7. sic continenter 24.ad 56. Pari lege licet quartam, quintam, sextam & porrò continuare.

4. Si minimi continui in datis rationibus expetantur, multiplicentur mediorum minimi pro datis medijs, inueniuntur pro datis rationibus & minimi.

Oriuntur autem minimi per diuisorem com-

communem maximum, quando medij, id eſt, conſequens prioris & antecedens poſterioris rationis per eundem diuiduntur: v.gr. Sunto continuandæ rationes 5. ad 6.& 4.ad 3. quia medij termini inter ſe compoſiti ſunt, eorum primos ſumes 3. & 2.& ſic continuabis:

5	6	4	3	Item.	2	3	4	5
	3	2				3	4	
10	12		9		8	12		15

Item:

8	12	15	6	7
		5	2	
16	24	30	35	

Vtilis eſt hæc continuatio in hoc alijsque Problematis: Quis numerus minimus habet partes quatuor, quarum prima ſit ad ſecundam, vt 2.ad 3.ſecunda ad tertiam, vt 4.ad 5.tertia ad quartam, vt 6.ad 7.dico eſſe 105.partes enim huius ſunt 16.24.30.35. minimi in datis rationibus continui. Vſus doctrinæ huius capitis, ex ſequentibus etiam perſpicitur: v.gr. Partiatur executor teſtamenti tribus hæredibus 2416. aureos, ea conditione, vt quoties primus 3.capit toties 4.capiat,& quoties ſecundus capit, 5. toties tertius capiat 7. quot aureos ſinguli capient? Hic duæ ſunt rationes in minimis terminis 3.ad 4 & 5.ad 7. in quibus proportionales minimi continui ſunt 15.

20.

20.28.hoc modo: 3 45 7

45

15. 20. 28.

Additis igitur tribus continuis repertis, totus erit 63.& concludito sic.

	15	$575\frac{15}{63}$
63 dant 2416 aureos Ergo	20	$766\frac{62}{63}$
	28	$1073\frac{49}{63}$

Item:

Sint quatuor hæredes quibus summa 100 aureorum debet distribui ista lege, vt quoties primus capit 3.secundus capiat 4. & quoties secundus capit 5. toties tertius capiat 6.denique quoties tertius capit 7. toties quartus capiat 8.quot aurei singulis cedent?Hic sunt tres rationes:3 ad 4.5.ad 6.7.ad 8.in quibus continui termini sunt 105.140.168. 192. quorum totus est 605. vnde sic concludito:

	105	$17\frac{43}{121}$
	140	$23\frac{17}{121}$
605 dant 100:Ergo	168	$27\frac{93}{121}$
	192	$31\frac{89}{121}$

De Æquatione & Regula Falsi.

CAPVT IX.

EX inuentione minorum in datis rationibus ortum habet Æquatio. *Euclid.18. def.22.*

Est autem Æquatio quand con- 2.

tinua-

tinuatæ rationes, iterum in altero ordine continuantur, idque eodem ordine & ordinata dicitur, vel diuerso, & perturbataæ quatio appellatur.

Exemplum ordinatæ æquationis est,

10.	15.	12.	hic enim sesqualtera est
20.	30.	24.	prior prioris ordinis, &

prior item posterioris: dupla posterior prioris, & posterior item posterioris: Exemplum perturbatæ est: 9 8 6 vbi præcedit sesquioctaua, continuatur sesquitertia: 24 18 16 contra in secundo prior est sesquitertia, posterior, sesquioctaua. *Consectarium* est

2. Æquationis extremi remotis medijs sunt proportionales.

Causa est, quia rationes hæ componuntur ex eisdem continuis, idque per mediorum remotionem.

3. In pluribus ordinibus æquationis ordinatæ, differentiæ inæqualium terminorum æque ordinantur.

Verbi gratia.

3	6	9		3		6		9
12	24	36 sic:	9	12	18	24	27	36
18	36	54	6	18	12	36	18	54

Ex quibus differentijs hæc æquatio ordinata duorum ordinum proficiscitur:

9

9	18	27
6	12	18

Hic verò notandum est primò quod in æquatione trium ordinum medius ab extremis differat similiter vel dissimiliter. Similiter quando deficit siue minor est vtroque extremo, notaturque hoc signo ∸ vel quando abundat, siue maior est vtroque extremo & notatur hoc pacto +: dissimiliter quando vnum extremum superat + & ab altero superatur. ∸ Secundò quod diligenter obseruare oporteat, in hac doctrina quid sint plani duarum differentiarum alterni, de quibus duplex existit proprietas. Definiamus ergo hos planos vt constet ex quibus lateribus oriantur.

Sunt igitur plani duarum differentiarum alterni, qui per alternos extremorum ordinum principes, à differentijs vltimorum terminorum procreantur. 4.

Esto exemplum.

princeps 3	9	27	differentia.
12	36		
princeps 18	54	18	differentia.

Plani igitur alterni sunt 486. factus à principe tertij ordinis per 27. priorem differentiam, & 54. factus à principe primi ordinis 3. & 18. differentiam posterio-

rem. Definitis planis ſequitur duplex Proprietas, è quibus beneficio Aureæ Regulæ, medium principem conſequimur: Prima eſt:

5. In differentijs ſimilibus, vt vltimarum differentiarum differentia eſt ad 1. ſic planorum alternorum differentia eſt ad principem medium.

Verbi gratia:

princeps 8+6 differentia.
extrem. 3. differentiarũ differẽtia.
princeps 7÷3 differentia. Ergo vt ſe habet 3. differentia differentiarum ad I. ſic 18. planorum alternorum differentia ad quęſitum medium, verbi gratia, 6. quia plani alterni ſunt 24. & 42.

6. In differentijs diſſimilibus vt vltimarum totus ad I. ſic planorum totus ad principem medium.

Ex qua duplici proprietate nunc oritur Regula Falſi.

7. Regula Falſi, eſt duorum à vero quæſito differentium numerorum poſitorum, per quæſtionis partes, vſque ad verum datum æquè ordinata comparatio, vnde extremæ differentiæ arguant quæſitum.

Exem-

Exempla ſunto: Quæratur numerus qui multiplicatus cum 14. & cuius planus diuiſus per $4\frac{2}{3}$. quotum habeat 18. Eſto prior poſitio 8. qui multiplicatus per 14. facit planum 112. ſi diuidatur inuentus planus per $4\frac{2}{3}$. quotum habet 24. at debebat eſſe 18. vnde hyperbole eſt 6. quæ ſic notetur cum ſuo extremo: 8+6. Sume iam minorem puta 7. qui multiplicatus per 14. facit planum 98. hic diuiſus per $4\frac{2}{3}$. dat quotum 21. at debebat eſſe 18. vnde hic ſimiliter redundat 3. qui notandus eſt cum ſuo extremo ſic:

8+6 jam qui datæ differentiæ extremæ
7+3 arguunt principem medium, ſiue quæſitum, operatio inſtituenda eſt iuxta 5. Elementum: differentiarum, puta 6. & 3. differentia eſt 3 qui ſic ſe habet ad 1. vt planorum alternorum differentia ad principem medium. Quærantur igitur plani alterni iuxta elementum 4. huius capitis, Verbi gratia, 3. ducatur per 8. & fit 24. & 6. per 7. fit 42. quorum differentia eſt 18. Ergò ſic porrò operare ſecundum Regulam auream:

3 1 18 (6. princeps medius
3 quæſitus: Nam ſi multiplicetur cum 14. facit planum 84. qui diuiſus per $4\frac{2}{3}$. reddit quotum 18.

Item.

Filius rogat patrem ſuum quot annorum eſſet ? Reſpondit pater, ſi tuos annos, duplices, dein ſi dimidies, poſtremò ſi iſtis $\frac{1}{4}$.annorum tuorum cum 1.anno addas, eſſes 100.annorum, quæritur ætas filij? Eſto prior poſitio 24. huius duplum 48.adde 12. pro dimidio & 6. pro quadrante cum 1.anno fient anni 67 & debebant eſſe 100. quare elliptica fuit poſitio 33.annorum quæ ſic notatúr 24∸33. Eſto igitur poſterior poſitio 32. huius duplum eſt 64. his adde dimidium 32. nempe 16. & quadrantem puta 8. cum anno 1. & fit totus 89.annorum qui debebat eſſe 100. Ergo deficiunt 11. quare exemplum ſic notetur:

24∸33 }
32∸11 } 22. differentiarum differentia
quæ ſe habet ad 1. veluti 792. planorum
1. alternorum differentia ad 36. principem
medium, qui fuit quæſitus.

Item:

Aliquis habet pecunias, & eiſdem lucratur $\frac{1}{4}$ earum, atque 4. imperiales impendit, & cum reliquo lucratur $\frac{1}{5}$ reliqui & ſibi ſeruat 18. Imperiales, quæritur quantum pecuniæ ab initio habuerit ? eſto poſitio prior 16.Imperiales : lucrum 4.

qua-

quare ſunt 20. Imperiales, ſed ab ijſdem 4. impenduntur, vnde remanet 16. qui aucti $\frac{1}{5}$ id eſt, $3\frac{1}{5}$ Imperialibus fiunt $19\frac{1}{5}$. 2.
Imperiales? at debebant ex hypotheſi eſſe 18. Ergo hyperbole poſitionis fuit $1\frac{1}{5}$ Eſto igitur altera poſitio 14. adde huic $3\frac{1}{2}$ pro $\frac{1}{4}$ & fiunt $17\frac{1}{2}$ hinc ſubduc 4. reliquus eſt $13\frac{1}{2}$ huic adde $2\frac{7}{10}$ pro $\frac{1}{5}$. vnde totus fit $16\frac{1}{5}$ & debebat eſſe 18. quare hic Ellipſis fuit $1\frac{3}{5}$; deſcriptio talis eſt:

$16 + 1\frac{1}{5}$ colligantur differentiæ quare
$14 \div 1\frac{4}{5}$ totus eſt 3. qui ita ſe habet ad I. ſicut planorum alternorum totus nempe, $\frac{228}{5}$ ad quæſitum, verbi gratia $15\frac{1}{5}$. Huius generis exempla poſſent plura proponi, imo vbi operatio & labor Arithmetici duplicatur, triplicatur, & quadruplicatur, (vnde ſolet vulgo dici Regula duarum, trium & quatuor poſitionum) in colligendis planis alternis, & inueniendo per regulam Auream quæſito: at quia in ſimilibus nihil noui eſt, relicta proportione disjuncta tam ſimplici quam multiplici, tranſimus ad Proportionem continuam.

De

De Proportione continua & duplici inuentione.

CAPVT X.

1. PRoportio continua est, in qua vt se habet primus terminus ad secundum: sic secundus ad tertium:

Vt in 2 4 8. Huius proprietas est talis.

2. Quadratus medij est æqualis plano extremorum.

Euclid.19. aef.7. Ex Multiplicatione enim medij in seipsum nascitur quadratus, quia hic sub duobus numeris æqualibus continetur: idem verò si cum seipso conferatur, maximè sibi æquale est. Itaq; quod aurea regula docuit de quatuor disiunctis, id nunc continua proportio assumit in tribus continuis: medius enim bis positus loco duorum est. Vnde quod Euclides propo-

18.prop.9. nit.

3. Duobus numeris datis considerare, an fieri possit, eis inuenire tertium analogum.

Id facilè efficitur ex præcedenti Elemento, quia secundus in se multiplicatus, & planus per primum diuisus dat pro quoto tertium proportionalem, Verbi gr.

gr. datis 3. & 6. quæritur tertius analogus? duco 6. in ſeipſum exoritur 36. quē diuido per 3 & producitur 12. qui eſt tertius proportionalis, & hac ratione data proportio poteſt cōtinuari, quæ vulgo *Progreſſio* nominatur Geometrica, vbi quemadmodum fuit in Arithmetica, ſic hoc loco duplex inuentio ſpectatur & optati termini, & Summæ.

Si termini progreſſionis Arithmeticæ ab I. per differentiam I. terminis Geometricæ progreſſionis poſt vnitatem ſupernotentur: planus à duobus Geometricis erit, progreſſionis ſuæ terminus, vno maior, quàm eſt totus Arithmeticorum multiplicatis reſpondentium. 4.

Hinc colligis quod hæc inuentio optati termini ſit in ſolis ſub multiplicibus in quibus videlicet progreſſio incipit ab Vnitate: in reliquis progreſſionum generibus non eſt, in quibus Vnitas nequit eſſe primus terminus: vnde ſi elementum reliquis accommodari debeat, tunc planus à duobus Geometricis per primum debet diuidi, & quotus erit progreſſionis ſuæ terminus vno maior, quam eſt totus Arithmetico-

rum multiplicatis respondentium. Praeterea in multiplicibus, si optatus terminus quaerendus sit puta, decimus, addendi sunt termini Arithmetici, qui constituunt nonum, & multiplicandi sunt Geometrici ijs respondentes, vel si quaerendus sit quintus, sextus, quartus, &c. optatus terminus, tunc oportebit addere Arithmeticos, qui faciunt quartum, quintum, tertium, &c. & Geometricos his respondentes multiplicare. Disponamus igitur primo terminos iuxta elementum: secundo, elementi causam tradamus.

1	1	2	3	4	5	6	7	*Progressio Arithm.*
	2	4	8	16	32	64	128	*Geometrica.*

Si iam quaeras terminum decimum Progressionis Geometricae, adde Arithmeticos terminos constituentes nonum, verbi gratia 3. & 6. & Geometricos his respondentes puta, 8 & 64. multiplica, & planus nempe, 512. erit decimus progressionis. Idem erit in progressione tripla.

1	1	2	3	4	5	6
	3	9	27	81	243	729.

Quaeratur nunc decimus tertius: vnde multiplica 729. in seipsum, quia respondet 6. nam 6 & 6. sunt duodecim: Ergo planus erit 531441.

Causa inuentionis optati termini, partim

tim est natura æquationis ordinatæ, partim Regula aurea: vt hoc manifestè constet esto progressio subdupla.

1	1	2	3	4	5
	2	4	8	16	32

quæratur terminus octauus, vnde addendæ ex notis Arithmeticæ progressionis 3 4. quæ faciunt 7. & numeri Geometrici his respondentes sunt multiplicandi puta 8. & 16. vnde oritur planus 128. Ex his iam fit ordinata æquatio.

1	2	4	8
16	32	64	128.

Et quia intercedunt tot continuè medij inter vnitatem & primum è duobus multiplicatis, quot inter secundum è multiplicatis & optatum terminum, & quia remotis medijs iuxta 2. Elementum cap. 9. Extremi manent proportionales, ideo quæsitus fuit optatus terminus per auream Regulam hoc modo: 1 8 16? puta 128. Hinc patet quare Multiplicatio sola adhibetur, quia diuisor vnitas, reddit pro quoto diuidendum. Sequitur inuentio Summæ:

5. Si tollatur primus à secundo & vltimo, erit vt reliquus secundi ad primum, sic reliquus vltimi ad omnes, qui præcedunt vltimum. *Euclid. 33. prop 9.*

6. Hinc si quartus addatur vltimo, totus erit summa.

7. Hinc datis primo, secundo, vltimo, datur summa progressionis.

Nam per subductionem primi è secundo & vltimo dantur tres proportionales & per auream Regulam inuenitur quartus, qui æquat omnes excepto vltimo. Ergo si per elementum præcedens addatur vltimo, totus erit summa.

Exemplum.

	8			65	
16	24	36	45	81	: quæritur
	16			16	summa.

Ergo vt se habet 8. ad 16. sic 65. ad omnes præcedentes, puta 130. hunc quartum inuentum adde vltimo 81. Summa omnium erit 211.

Item.

Agricola promisit filio suo pro xenijs primo anni die in triginta continuos, modios tritici primo 1. secundo 2. tertio 4. & sic deinceps duplicando, quæritur tricesimo die quot modij futuri sint omnes? Hic primò quærendus est terminus 30. quia dati sunt duo priores proportionales 1. & 2. Itaque quærendus est

est 29 primo igitur sextus 64 per sese faciet 4096. pro duodecimo termino: vt hic rursus ex sese faciet 16777216. pro vicesimo quarto termino, quem multiplica per 32. quintum terminum, facies pro vigesimo nono termino 536870912. qui tricesimus erit, si vnitas pro primo numeretur. Si nunc tollatur vnitas, quæ est primus terminus à secundo & vltimo, exuperantia secundi erit æqualis primo, quare inuentus vltimus vno dempto erit æqualis omnibus antecedentibus. Sed

Si vltimus subduplæ minutus primo sibi ipsi addatur, totus erit summa. 8.

Quare inuentus & minutus primo puta, 536870911. addatur sibi ipsi 536870912. oritur numerus totus 1073741823. Ex hac quoque progressione nascitur modus plura ponderandi paucis ponderibus: libræ enim terminis duplæ, & triplæ continuationis comprehensæ, totidem cognominibus ponderibus appenduntur. Id verò fit nunc additione ponderis ad pondus, nunc subductione & ad oppositam lancem additione. Sic libræ vsque ad 7. appenduntur tribus ponderibus, quia termini progressionis 1.2.4. comprehendunt 7. sic

7. sic libræ vſque ad 15. appenduntur quatuor ponderibus puta 1.2.4.8. libræ ad 31. ponderibus hiſce 1.2.4.8. 16. libræ ad 40. ſequentibus: 1.3. 9. 27. denique libræ ad 121. his ponderibus 1.3. 9.27.81. appenduntur. Abſoluimus ita vulgarem Arithmeticam fauore diuini Numinis, quod vnum in Trinitate, & trinum in Vnitate exiſtit, cui laus & gloria omnis, Amen.

Finis Arithmeticæ vulgaris.

AL-

ALGEBRA
Siue
COSSICA NVMErorum doctrina, cum ſua ſingulari exercitatione.

Quid Algebra & quæ eius partes.

CAPVT I.

Algebra eſt Arithmetica, quæ verſatur circa numeros figuratos, ſiue Geometricos. 1.

Dixi quod ſit *Arithmetica*, vnde intelligitis quod ſit ars benè numerandi: ſed numerationem habet propriam non in quocunque numero oblato ſed in figurato. Nomen *Algebræ* Hebræum eſſe putatur, ſignificans artem & doctrinam hominis excellentis: quidam à Gebro dictam eſſa Algebram contendunt qui inuentor artis eſſe

esse existimatur: alij tamen vt Ioannes Regiomontanus in præfatione Alphragani, Diophantum Alexandrinum huius artis inuentorem agnoscunt. Nos cum magnis viris partum primi seculi esse putamus. A Latinis Algebra appellatur ars rei & census, & ab Italis Regula Cosæ, ab alijs Cossa, vnde Cossica nominari incepit. Nonnulli *Almucabalam*, id est librum de rebus occultis nominarunt: vnde nostra libri est inscriptio.

Figuratus dicitur numerus multiplicatione factus: eiusque factores dicuntur latera.

Nomen figurati est Metaphoricum: nam si multiplicandi vnitates toties instar versus disponantur, quoties in multiplicante reperitur vnitas, efficietur in Abaco, siue tabula, area: & ob hanc similitudinem figuratus dicitur: quanquam huiusmodi dispositio per vnitates, non cuivis figuræ conueniat, puta, Circulo & triangulo, vnde & hic Synechdoche manifesta est generis pro certa specie. Species huius figurati sunt, quadratus, cubus, biquadratus, sursolidus, zensicubus, bsurdesolidus, &c. in quibus occupatur Algebra, & ipsorum lateribus, siue radicibus, quæ omnes ex progressione Geometrica oriun-

tur,

tur, de quibus breuiter sequenti capite agemus.

Algebræ partes duæ sunt Algorithmus, & Regula vnica. 3.

Algorithmus complectitur notationem & numerationem id est, additionem subductionem, multiplicationem & diuisionem, idque in numeris rationalibus integris & fractis primarum vel secundarum radicum, aut in numeris irrationalibus tam integris quam fractis, idque in simplicibus vel compositis quorum hi denuo in numeris surdis & Cossicis siue denominatis, & in radicibus Vniuersalibus considerantur. Algorithmus igitur in his omnibus numeris expediendus erit ante Regulam Algebraicam, quę suis quoque partibus constat. Ante Algorithmum verò describenda est notatio numerorum Cossicorũ, siue Denominatorum qui sunt numeri cuiuscunque progressionis Geometricæ ab vnitate incipientis. Dicuntur verò figurati propter multiplicationem: nam secundus terminus vnitatem sequens in progressione Geometrica, in seipsum ductus procreat tertium: & tertius multiplicatus per secundum producit quartum & sic deinceps.

De notatione Numerorum Cossicorum.

CAPVT II.

VT vulgaris Arithmetica habet suas notas quibus exprimitur, sic Algebraica per certos quoque characteres notatur. Characteres Cossici sunt huiusmodi:

N. denotat numerum esse simplicem & absolutum cui apponitur.

ꝝ. Significat radicem siue latus plani, vnde quidam solent notare per l. hinc 4ꝝ. significat quatuor radices.

ȝ. Zensus, quadratus. q. ce.

cꝭ. Cubus. cu.

ȝȝ. Biquadratus, Zensi zensus. qq.

ß. Surde solidus. Relatum primum.

ȝcꝭ. Zensicubus vel Cubizensus. qcꝭ.

Bß. Bsurdesolidus, sursolidus vel supersolidus secundus, vel relatum secundum. Rel. 2.

ȝȝȝ. vel qqq. triquadratus, Zensizenzensus, quadratus quadrati quadrati.

Ccꝭ. vel cc. cꝭcꝭ. Cubicubus.

ȝß. qß. Zensurdesolidus.

Cß. Csurdesolidus: Tersurdesolidus: Relatum 3, &c. & sic progressio Geome-

metrica per ſuos characteres poteſt extendi:& quómodo id fiat ſtatim docebimus.

√. Significat latus ſurdum, ita, vt numeri quibus hæc nota cum charactere præponitur, exprimi nequeant ac proinde non audiri, verbi gratia.

√ʒ 12. √ᶜ. 12. √ʒʒ 12. ſic deſignant radicem quadratam numeri 12. cubicam & biquadratam.

Poſſunt verò numeri Coſſici coniunctim proponi quod fit medio hoc ſigno + vel hoc ÷: prius ſignificat plus, & poſterius minus, vnde illi compoſiti, hi diminuti numeri appellantur. Quibus vtrumque ſignum interponitur, verbi gratia 10ʒ + 8ʒʒ ÷ 6. id eſt, decem quadrati, plus octo biquadrati, minus ſex vnitates, appellantur Mixti, de quibus hæc elementa obſeruanda ſunt.

Signa + & ÷ referuntur ſolum ad numeros qui ea ſequuntur. 1.

Verbi gratia, 5 ℞ + 8ʒ. hic ſignum plus refertur non ad præcedentem 5 ℞. ſed ad 8ʒ qui ſequitur idem.

Numerus Coſſicus quem neutrum horum ſignorum + vel ÷ præcedit, intelligitur habere ſignum plus ſiue +. 2.

Sic 5ze ÷ 8ʒ: dico quod ze 5. censeatur habere signum plus quasi notatum esset + 5ze ÷ 8ʒ. at hæc duo elementa intelligi debent de numeris Cossicis, coniunctim propositis. Vt autem Notationis doctrina melius intelligatur, Progressio aliqua Geometrica proponatur, verbi gratia, dupla, characteribus in medio positis hoc modo:

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
N.	ze	ʒ	ℭ	ʒʒ	ß	ʒℭ	Bß	ʒʒʒ	ℭℭ
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.

10.	11.	12.	13.	14.
ʒß	Cß	ʒʒℭ	Dß	ʒBß
1024.	1048.	4096.	8192.	16384.

15	16	17.	
ℭß	ʒʒʒʒ	Eß,	&c.
32768.	65536.	131072.	

Hic dantur duæ progressiones, Arithmetica & Geometrica, characteribus in medio positis: numeri Geometricæ progressionis vocantur Cossici siue denominati, de quorum inueniendo termino optato & summa, præcedenti libro egimus: numeri Arithmeticæ progressionis vocantur ab officio præsenti *Exponentes*, quia characteres Cossicos & numeros explanant, de quibus quatenus id officij gerunt elementa sequentia proponuntur.

3. Quot sunt in Exponente vnitates,

tot

tot rationes siue proportiones inter Expositum ab eo Cossicum & vnitatem datæ progressionis continentur.

Verbi gratia inter 1 & 64. intercipiuntur sex rationes, quia 6. exponens est positus supra ʒcf. & 64. sunt autem hæ: $\frac{64}{32}$ $\frac{32}{16}$ $\frac{16}{8}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{2}{1}$ par reliquorum ratio est.

Omnis Cossicus fit ex multiplicatione radicis toties positę, quoties Vnitas in ipsius exponēte reperitur. 4.

Hinc sequitur quod omnis Cossicus siue Figuratus sit æquilaterus, quia oritur ex radice quæ aliquoties ponitur. Ex hoc igitur elemento omnis Cossicus potest definiri: sic quadratus est planus duorum æquilaterum: cubus trium, biquadratus quatuor, solidus quinque: quadrati cubus sex laterum æquilaterus: bisolidus septem laterum æquilaterus: triquadratus octo laterū æquilaterus: Cubicubus nouem laterum æquilaterus, &c. habent enim hos exponentes: 2, 3. 4. 5. 6. 7. 8 9.

Totus aliquorum exponentium significat planum qui oritur à Cossicis expositis inter se multiplicatis. 5.

Sic in data progressione exponens 2. & 5 additi faciunt 7. quare si expositi Cossici, puta, 4. à 2. & 32. à 5. inter se

multiplicentur, numerum procreant Cossicum 128, cuius exponens est 7.

6. Si duo exponentes à se mutuo subducantur, differentia exponit quotum, qui oritur ex diuisione Cossicorum Expositorum.

Sunto dati exponentes 5. & 7. qui exponunt 32. & ß. & Bß. & 128. si subducatur 5. à 7. differentia est 2. qui exponit quotum diuisionis in qua 128. diuiditur per 32. expositos ab exponentibus 5. & 7. nam quotus est 4. ʒ. cuius exponens est 2.

7. Dato numero Exponente, Characteres Cossicos inuenire.

Numerus datus exponens vel est primus, vel est compositus: si primus post quinarium, quæratur secundum ordinem Alphabeticum sic:

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29
ʒ	ce	ß	Bß	Cß	Dß	Eß	Fß	Gß	Hß

Si sit compositus, eius characteres sunt, qui debentur duobus numeris, quorum multiplicatione oritur datus exponens, verbi gratia: esto datus exponens 10. volo scire ipsius characterem, dico esse ʒß. quia bis quina sunt 10. At 2. debetur character ʒ. & quinario character ß. vel inueniatur iuxta hoc elementum:

8. Diuisores omnes dati cuiuscunq; nume-

numeri, ſint ab vnitate per ſe primi, diuidentes quoties poſſunt, & datum & dati quotum, & quoti deinceps quotum, donec perueniatur ad primum per ſe: hi multiplicatione reddunt datum numerum, & indicant characteres Coſſicos quæſitos.

Verbi grat. eſto exponens 16. quæritur Character? primus ab vnitate eſt 2. qui diuidit 16. & quotũ 8, & huius quotum 4. & manet 2. quare hic fuit binarius quater, triplex enim diuiſor fuit & vltimus quotus, vnde character eſt ʒʒʒʒ. quia Exponenti binario debetur character ʒ. Item ſit datus numerus inueniendus in progreſſione Geometrica 31. puta, quoad characteres Coſſicos, huius exponens eſt 30. quia exponens à Coſſico numero ſemper vnitate minor eſt: primi 30. ſunt 2. 3. 5. cuius characteres ſunt ʒ ℭ ß.

Datis Characteribus Coſſicis, eorum exponentes inuenire. 9.

Nam vel eſt Character datus numeri primi vel compoſiti: ſi primi quæratur exponens iuxta ordinem Alphabeticum præſcriptum ſuperius: ſi Compoſiti ſumuntur exponentes qui debentur characteribus componentibus debiti & inter ſe

multiplicentur, planus est quæsitus exponens. Hinc iam licet quamcunque datam progressionem Geometricam ab vnitate incipientem continuare siquidem priori libro docuimus quomodo Cossici possunt continuari: hic tradidimus doctrinam inueniendi Exponentes, & characteres. Quare sic notationem & eiusdem affectiones absoluimus.

De Additione & Subductione rationalium numerorum tam simplicium quam mixtorum.

CAPVT III.

1. ADditio & Subductio in homogeneis Cossicis addit vel subducit numeros apposito eodem charactere: in heterogeneis additio vtitur signo +, Subductio contra signo ÷.

Hæc numeratio est numerorum Cossicorum simplicium non mixtorum de quibus sequens elementum erit. Homogenei Cossici vocantur, Numeri qui sunt eiusdem appellationis siue characteris, si sint diuersæ heterogenei dicuntur: sic quadrati quadratis, cubi cubis, bisolidi, bisolidis coniungendi vel subducendi sunt. Exempla sunt: 8ʒ. & 17ʒ. quæratur totus? Resp. hunc esse 25ʒ. contra iubeantur

tur 8ze è 17ze. ſubduci & quæratur reliquus? dico eſſe 9ze. Item 4ze. & 10ze. totus eſt 14ze. Item: ſubduc 4ze ex 9ze relinquuntur 5ze. Sunto & heterogeneorum exempla, ad 3ʒ. adde 9ze. totus erit 3ʒ + 9ze. Item adde 6ʒʒ. ad 9C. & 8ʒ totus erit 6ʒʒ + 9C + 8ʒ. Contrà è 3ʒ. tolle 9ze. reliquus erit 3ze ÷ 9ze.

Additio & Subſtractio in ijſdem ſignis retinet idem ſignum. 2.

In hac numeratione compoſitorum diminutorum & mixtorum ponendus erit alter ſub altero, vt numeri eiuſdem characteris inter ſe reſpondeant: quod ſi in alterutro eorum non reperiatur numerus reſpondens alicui in altero numero, ponendus erit eius circulus cum ſigno +.

Verbi gratia:

Additionis 7ʒ + 8 ze ÷ 5 n.
exemplum 3ʒ + 9 ze ÷ 8 n.

10ʒ + 17 ze ÷ 13 n.

Subductionis 7ʒ + 8 ze — 5 n.

~~10~~ʒ + ~~17~~ ze ÷ ~~13~~ n.
~~3~~ʒ + ~~9~~ ze ÷ ~~8~~ n.

Additio in contrarijs ſignis eſt Subductio, & reliquus habet ſignum maioris. 3.

Verbi gratia, 6ʒ + 8 ze.
4ʒ ÷ 4 ze.

10ʒ + 4 ze. *Item:*

Item:

6ʒ + 8 ze 10ʒ + 4 ze + 8
2ʒ ÷ 10 ze 6 ʒ ÷ 4 ze − 4
8ʒ + 2 ze 16ʒ − − + 4

Subducitur verò minor à maiore hic, siue maior sit superior, siue inferior, verbi gratia:

7ʒcl + 0 ß + 8 ʒʒ + 0 cl − 4 ze + 8
7ʒcl + 5 ß ÷ 11 ʒʒ ÷ 11 cl + 0 ze + 0
14ʒcl + 5 ß ÷ 3 ʒʒ ÷ 11 cl − 4 ze + 8.

4. Subductio in signis contrarijs est additio, cuius totus habet signum superioris.

Verbi gratia: 8ʒ ÷ 2 ze
 6ʒ + 8 ze
 2ʒ ÷ 10 ze

Item.

14ʒcl + 5 ß ÷ 3 ʒʒ ÷ 11 cl ÷ 4 ze
7 ʒcl + 0 + 8 ʒʒ + 0 ÷ 4 ze
7 ʒcl + 5 ß ÷ 11 ʒʒ ÷ 11 cl ÷ 0

5. Si tollendus in ijsdem signis maior est, tollitur ab eo superior, & reliquus habet signum contrarium.

9ʒ + 4 ze ÷ 5 *Item.* 6 cl ÷ 5 ʒ + 3
4ʒ + 7 ze ÷ 8 7 cl ÷ 9ʒ + 10
5 ʒ ÷ 3 ze + 3 ÷ 1 cl + 4ʒ ÷ 7

Examen operationis.

Primò fit vt in numeris absolutis Additio

ditio probatur per Subſtractionem: & Subſtractio per Additionem. Secundò fit per reſolutionem numerorum Coſſicorum in abſolutos: Nam rectè facta eſt Additio, ſi numeri ſummæ collectæ reſoluti ſimul, ſint æquales numeris addendis, quando ſunt commutati in abſolutos: Et Subductio recta eſt, ſi tollendus & reliquus reſoluti, ſint æquales numero à quo Subſtractio facta eſt reſoluto.

De Multiplicatione & Diuiſione rationalium numerorum tam ſimplicium, quam mixtorum.

CAPVT IV.

NVmerus Coſſicus multiplicatus vel diuiſus per numerum abſolutum, facit planum, vel Quotum Coſſicum eiuſdem characteris. 1.

Verbi gratia, 4 ze per 3. facit 12 ze. Item, 8ʒ. per 4. facit 32 ʒ. Item, 64 ze. diuiſus per 4. facit 16 ze.

Numerus Coſſicus multiplicatus per numerum Coſſicum, facit planum iſtius denominationis, quam procreat Additio numero- 2.

Diuisionis exempla.

1 ~~6~~ ꝯ (1 ~~9~~ ꝯ (1 ~~9~~ ȝ (
~~3~~ ꝯ ($3\frac{1}{3}$. Itē. ~~3~~ ze ($3\frac{1}{3}$ ȝ. ~~3~~ ze ($3\frac{1}{3}$ ze.

1 ~~0~~ ȝ + 4 ze ($3\frac{1}{3}$ ze + $1\frac{1}{3}$ n. Item. ~~0~~ ($3\frac{1}{3}$ n.
~~3~~ ze   ~~3~~

In omni diuiſione numerorum Coſſicorum denominationes debēt eſſe continuatæ. 5.

Itaque ſi deſit continuatio in diuidendo vel in Diuiſore interponatur ſignum + cum o. & charactere requiſito ſiue deficiente, vt fiat continuatio: vt patet in diuiſore & diuidendo exemplorum ſubiectorum, verbi gratia:

12 ȝȝ + 16 ꝯ ÷ 36 ȝ ÷ 32 ze + 24 (6 ȝ + 8
2 ȝ + 0 ze ÷ 4   ze ÷ 6 n.

Item.

1 ꝯ + 0 ȝ + 0 ze + 1 (1 ȝ ÷ 1 ze + 1 n.
per 1 ze + 1

Ac diuiſio vt plurimum fieri non poteſt vbi diuiſor eſt numerus compoſitus, vel diminutus, ſed ſubſcripro diuiſore ipſi diuidēdo numero, interiectaque linea fiat fractio. 7.

Verbi gratia: $\frac{8\ ȝȝ}{2\ ȝ + 4\ n.}$ $\frac{8\ ȝ\ ÷\ 9\ ze}{4\ ze + 3\ n.}$

Similiter ſi numerus Coſſicus ſimplex vel cōpoſitus per Coſſicum numerum 8.

merum ſimplicem maioris denominationis diuiditur, fractio conſtruitur.

Verbi gratia, 8ʒ / 2ʒℭ   9ʒ + 4 / 3ʒℭ

Examen.

Multiplicatio probatur per diuiſionem: hæc verò per multiplicationem: Item vtriuſque fit probatio, per reſolutionem. *Notabis* quod in Algebra fingantur numeri infra nihil, qui in praxi ſuam habent vtilitatem, verbi gr.

2 ʒ ÷ 3ze
3 ze ÷ 2 ʒ
÷ 4ʒʒ + 6 ℭ
6 ℭ ÷ 9 ʒ

Vide exemplum ſiue problema Algebraicũ in calce libri quod eſt 23. in ordine vbi vſus patet.

planus eſt: 12 ℭ ÷ 4 ʒʒ ÷ 9 ʒ qui reſolutus per radicem 2. efficit 32 ÷ 36. id eſt, 0 ÷ 4. Cauſa eſt numerorum multiplicatio.

De Numeratione radicum ſecundarum numerorum rationalium.

CAPVT V.

Abſoluta numeratione rationalium Numerorum in integris ſequitur Algorithmus Radicum ſecundarum, quas propterea artifices excogitarũt, quia

quia sæpe plures numeri sub incerta proportione quærũtur: vnde quãdo pro primo numero posita est 1 ze non erat conueniens, pro secundo, pro tertio, & eundem characterem ponere, idque propter confusionem, quia valores habent diuersos, vnde nos iuxta ordinem Alphabeti varias radices notabimus, verbi gratia: 1ze.1A.1B.1C.1D,&c. De quarum numeratione nunc agendum est præmisso sequenti elemento.

In omni numeratione, numerus duorum characterum censetur cum priore ductus, in vnitatem posterioris. 1.

Verbi gratia, 1 ze A significat 1ze. ductum in 1A. similiter 3ze A. intelligimus hanc 3ze.ductum in 1A.item: 1ʒAʒ. indicat 1ʒ ductum esse in 1 Aʒ.&c.

Additio & Subductio hic eadem quæ primarum radicum. 2.

Verbi gratia, 3A. & 4 A. totus est 7A. Item: 3B. & 4B. totus est 7B. Item in heterogeneis 3A. & 4B. totus est 3A + 4B. Itẽ: 3ze.& 4A. totus est 3ze + 4A. Similiter in Subductione: 3A. tolle ex 4A. reliquus est 1A. Item 3A. tolle ex 4B. reliquus est 3A ÷ 4B. Sed multiplicatio est operosior.

Multiplicatio numeri absoluti in nume- 3.

merum ſecundæ radicis, facit numerum ſecundæ radicis.

Verbi gratia, 7. in 4 B. facit 28 B. Item: 6 in 3 C. facit 18 C.

4. Multiplicatio numeri radicis primæ cum numero radicis ſecundæ, ſignatæ ſolum litera A. vel B. &c. cadem ſigna plano apponit.

Verbi gratia, 22℞. ducatur in 2 A. planus eſt 42℞ A. id eſt, 42℞ ductæ in 1 A. iuxta primum elementum huius capitis. Item: 3ʒ in 4 B. facit 12ʒ B.

5. Multiplicatio ſecundarum radicum in homogeneis facit planum communis literæ, poſtpoſito charactere ʒ. in heterogeneis verò facit planum vtriuſque literæ.

Verbi gratia in homogeneis: 3 A. in 4 A. planum facit 12 Aʒ In heterogeneis: duc 3 A. in 9 B. facit 27 AB. quaſi multiplicaſſem 27 A. in 1 B.

6. Multiplicatio numeri ſecundæ radicis quadratè vel Cubicè facit planum eiuſdem literæ poſtpoſito charactere ʒ. vel ꝗ.

Verbi gratia 3 B. in ſe quadratè ductus facit 9 Bʒ. Sic idem 3 B. in ſe Cubicè ductus facit 27 Bꝗ.

Mul-

Multiplicatio numeri ſecundæ radicis, per alium numerum eiuſdem radicis ſecundæ, quæ etiam habet characterem Coſſicum, fit vt primus numerus intelligatur etiam habere characterem Coſſicum ze. 7.

Verbigratia, 1 A. ducatur in 1 Aʒ. facit 1 Acꝭ. Item, 3 ʒ ducatur in 4 Bcꝭ. fac. 12 Bʒʒ.

Multiplicatio numeri Coſſici ſimplicis, abſque litera ſecundæ radicis cũ numero ſignato litera & charactere Coſſico facit planũ, cui character & litera cum charactere apponitur. 8.

Verbigratia 2cꝭ. ducatur in 4 Aʒ facit 8cꝭAʒ. Item 1cꝭ. in 12ze Aʒ. facit 1ʒʒ Aʒ. id eſt, 1ʒʒ ductus 1 A ze.

Multiplicatio numeri qui poſt literam ſecundæ radicis habet characterem Coſſicum, cum numero ſimili, facit planum cum charactere Coſſico quem exponentes dant cui præponenda eſt litera, vel literæ ſecundæ radicis. 9.

Verbigratia, 2 Aʒ. in 5 Acꝭ. facit 10 Aß. Item: 3 Aʒ in 4 Bcꝭ. facit 12 A Bß. &c.

Multiplicatio numeri qui poſt literam ſecundæ radicis gerit characterem Coſſicum, cum numero 10.

qui

Sic 5ℨ ÷ 8ʒ. dico quod ℨ5 censeatur habere signum plus quasi notatum esset + 5ℨ ÷ 8ʒ. at hæc duo elementa intelligi debent de numeris Cossicis, communiter propositis. Vt autem Notationis doctrina melius intelligatur, Progressio aliqua Geometrica proponatur, verbi gratia, dupla, characteribus in medio positis hoc modo:

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
N.	ℨ	ʒ	ℭ	ʒʒ	ß	ʒℭ	Bß	ʒʒʒ	Cℭ
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.

10.	11.	12.	13.	14.
ʒß	Cß	ʒʒℭ	Dß	ʒBß
1024.	1048.	4096.	8192.	16384.

15.	16	17.	
ℭß	ʒʒʒʒ	Eß,	&c.
32768.	65536.	131072.	

Hic dantur duæ progressiones, Arithmetica & Geometrica, characteribus in medio positis: numeri Geometricæ progressionis vocantur Cossici siue denominati, de quorum inueniendo termino optato & summa, præcedenti libro egimus: numeri Arithmeticæ progressionis vocantur ab officio præsenti *Exponentes*, quia characteres Cossicos & numeros explanant, de quibus quatenus id officij gerunt elementa sequentia proponuntur.

3. Quot sunt in Exponente vnitates, tot

tot rationes siue proportiones inter Expositum ab eo Cossicum & vnitatem datæ progressionis continentur.

Verbi gratia inter 1 & 64. intercipiuntur sex rationes, quia 6. exponens est positus supra ʒcȻ. & 64. sunt autem hæ: $\frac{64}{32}$ $\frac{32}{16}$ $\frac{16}{8}$ $\frac{8}{4}$ $\frac{4}{2}$ $\frac{2}{1}$ par reliquorum ratio est.

4. Omnis Cossicus fit ex multiplicatione radicis toties positę, quoties Vnitas in ipsius exponēte reperitur.

Hinc sequitur quod omnis Cossicus siue Figuratus sit æquilaterus, quia oritur ex radice quæ aliquoties ponitur. Ex hoc igitur elemento omnis Cossicus potest definiri: sic quadratus est planus duorum æquilaterum: cubus trium, biquadratus quatnor, solidus quinque: quadrati cubus sex laterum æquilaterus: bisolidus septem laterum æquilaterus: triquadratus octo laterū æquilaterus: Cubicubus nouem laterum æquilaterus, &c. habent enim hos exponentes: 2, 3. 4. 5. 6. 7. 8 9.

5. Totus aliquorum exponentium significat planum qui oritur à Cossicis expositis inter se multiplicatis.

Sic in data progressione exponens 2. & 5 additi faciunt 7. quare si expositi Cossici, puta, 4. à 2. & 32. à 5. inter se

 multi-

multiplicentur, numerum procreant Cossicum 128, cuius exponens est 7.

6. Si duo exponentes à se mutuo subducantur, differentia exponit quotum, qui oritur ex diuisione Cossicorum Expositorum.

Sunto dati exponentes 5. & 7. qui exponunt 32. & ꞵ. & Bꞵ. & 128. si subducatur 5. à 7. differentia est 2. qui exponit quotum diuisionis in qua 128. diuiditur per 32. expositos ab exponentibus 5. & 7. nam quotus est 4. ȝ. cuius exponens est 2.

7. Dato numero Exponente, Characteres Cossicos inuenire.

Numerus datus exponens vel est primus, vel est compositus: si primus post quinarium, quæratur secundum ordinem Alphabeticum sic:

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29
ȝ	cᴄ	ꞵ	Bꞵ	Cꞵ	Dꞵ	Eꞵ	Fꞵ	Gꞵ	Hꞵ

Si sit compositus, eius characteres sunt, qui debentur duobus numeris, quorum multiplicatione oritur datus exponens, verbi gratia: esto datus exponens 10. volo scire ipsius characterem, dico esse ȝꞵ. quia bis quina sunt 10. At 2. debetur character ȝ. & quinario character ꞵ. vel inueniatur iuxta hoc elementum:

8. Diuisores omnes dati cuiuscunq; nume-

numeri, ſint ab vnitate per ſe primi, diuidentes quoties poſſunt, & datum & dati quotum, & quoti deinceps quotum, donec perueniatur ad primum per ſe: hi multiplicatione reddunt datum numerum, & indicant characteres Coſſicos quæſitos.

Verbi grat. eſto exponens 16. quæritur Character? primus ab vnitate eſt 2. qui diuidit 16. & quotũ 8. & huius quotum 4. & manet 2. quare hic fuit binarius quater, triplex enim diuiſor fuit & vltimus quotus, vnde character eſt ʒʒʒʒ. quia Exponenti binario debetur character ʒ. Item ſit datus numerus inueniendus in progreſſione Geometrica 31. puta, quoad characteres Coſſicos, huius exponens eſt 30. quia exponens à Coſſico numero ſemper vnitate minor eſt: primi 30. ſunt 2.3.5. cuius characteres ſunt ʒ cꝭ ß.

Datis Characteribus Coſſicis, eorum exponentes inuenire. 9.

Nam vel eſt Character datus numeri primi vel compoſiti: ſi primi quæratur exponens iuxta ordinem Alphabeticum præſcriptum ſuperius: ſi Compoſiti ſumuntur exponentes qui debentur characteribus componentibus debiti & inter ſe

multiplicentur, planus est quæsitus exponens. Hinc iam licet quamcunque datam progressionem Geometricam ab vnitate incipientem continuare siquidem priori libro docuimus quomodo Cossici possunt continuari: hic tradidimus doctrinam inueniendi Exponentes, & characteres. Quare sic notationem & eiusdem affectiones absoluimus.

De Additione & Subductione rationalium numerorum tam simplicium, quam mixtorum.

CAPVT III.

1. ADditio & Subductio in homogeneis Cossicis addit vel subducit numeros apposito eodem charactere: in heterogeneis additio vtitur signo +, Subductio contra signo ÷.

Hæc numeratio est numerorum Cossicorum simplicium non mixtorum de quibus sequens elementum erit. Homogenei Cossici vocantur, Numeri qui sunt eiusdem appellationis siue characteris, si sint diuersæ heterogenei dicuntur: sic quadrati quadratis, cubi cubis, bisolidi, bisolidis coniungendi vel subducendi sunt. Exempla sunt: 8ʒ. & 17ʒ. quæratur totus? Resp. hunc esse 25ʒ. contra iubeantur

tur 8ℨ è 17ℨ. subduci & quæratur reliquus? dico esse 9ℨ. Item 4ℨ. & 10ℨ. totus est 14ℨ. Item: subduc 4ℨ ex 9ℨ relinquuntur 5ℨ. Sunto & heterogeneorum exempla, ad 3ʒ. adde 9ℨ. totus erit 3ʒ + 9ℨ. Item adde 6ʒʒ. ad 9ℭ. & 8ʒ totus erit 6ʒʒ + 9ℭ + 8ʒ. Contrà è 3ʒ. tolle 9ℨ. reliquus erit 3ℨ ÷ 9ℨ.

Additio & Substractio in ijsdem signis retinet idem signum. 2.

In hac numeratione compositorum diminutorum & mixtorum ponendus erit alter sub altero, vt numeri eiusdem characteris inter se respondeant: quod si in alterutro eorum non reperiatur numerus respondens alicui in altero numero, ponendus erit eius circulus cum signo +.

Verbi gratia:

Additionis	7ʒ + 8 ℨ ÷ 5 n.
exemplum	3ʒ + 9 ℨ ÷ 8 n.
	10ʒ + 17 ℨ ÷ 13 n.
Subductionis	7ʒ + 8 ℨ — 5 n.
	10ʒ + 17 ℨ ÷ 13 n.
	3ʒ + 9 ℨ ÷ 8 n.

Additio in contrarijs signis est Subductio, & reliquus habet signum maioris. 3.

Verbi gratia, 6ʒ + 8ℨ.
4ʒ ÷ 4ℨ.
10ʒ + 4ℨ. *Item:*

Item:

6ʒ + 8 ze	10ʒ + 4 ze + 8
2ʒ ÷ 10 ze	6 ʒ ÷ 4 ze − 4
8ʒ + 2 ze	16ʒ − − + 4

Subducitur verò minor à maiore hic, siue maior sit superior, siue inferior, verbi gratia:

7ʒcꝭ + 0 ß + 8 ʒʒ + 0 cꝭ − 4 ze + 8
7ʒcꝭ + 5 ß ÷ 11 ʒʒ ÷ 11 cꝭ + 0 ze + 0
14 ʒcꝭ + 5 ß ÷ 3 ʒʒ ÷ 11 cꝭ − 4 ze + 8.

4\. Subductio in signis contrarijs est additio, cuius totus habet signum superioris.

Verbi gratia:

8 ʒ ÷ 2 ze
6 ʒ + 8 ze
2 ʒ ÷ 10 ze

Item.

14 ʒcꝭ + 5 ß ÷ 3 ʒʒ ÷ 11 cꝭ ÷ 4 ze
7 ʒcꝭ + 0 + 8 ʒʒ + 0 ÷ 4 ze
7 ʒcꝭ + 5 ß ÷ 11 ʒʒ ÷ 11 cꝭ ÷ 0

5\. Si tollendus in ijsdem signis maior est, tollitur ab eo superior, & reliquus habet signum contrarium.

	Item.
9ʒ + 4 ze ÷ 5	6 cꝭ ÷ 5 ʒ + 3
4ʒ + 7 ze ÷ 8	7 cꝭ ÷ 9 ʒ + 10
5 ʒ ÷ 3 ze + 3	÷ 1 cꝭ + 4 ʒ ÷ 7

Examen operationis.

Primò fit vt in numeris absolutis Additio

ditio probatur per Subſtractionem: & Subſtractio per Additionem. Secundò fit per reſolutionem numerorum Coſſicorum in abſolutos: Nam rectè facta eſt Additio, ſi numeri ſummæ collectæ reſoluti ſimul, ſint æquales numeris addendis, quando ſunt commutati in abſolutos: Et Subductio recta eſt, ſi tollendus & reliquus reſoluti, ſint æquales numero à quo Subſtractio facta eſt reſoluto.

De Multiplicatione & Diuiſione rationalium numerorum tam ſimplicium, quam mixtorum.

CAPVT IV.

NVmerus Coſſicus multiplicatus vel diuiſus per numerum abſolutum, facit planum, vel Quotum Coſſicum eiuſdem characteris. 1.

Verbi gratia, 4 ze per 3. facit 12 ze. Item, 8ʒ. per 4. facit 32 ʒ. Item, 64 ze. diuiſus per 4. facit 16 ze.

Numerus Coſſicus multiplicatus per numerum Coſſicum, facit planum iſtius denominationis, quam procreat Additio numero- 2.

Diuisionis exempla.

1 ∅ ce (1 ∅ ce (1 ∅ ℨ (
3 ce ($3\frac{1}{3}$. Itẽ. 3 ze ($3\frac{1}{3}$ ʒ. 3 ze ($3\frac{1}{3}$ ze.
∅   ∅   ∅

1 ∅ ℨ ┼ 4 ze ($3\frac{1}{3}$ ze ┼ $1\frac{1}{3}$ n. Item. ∅ ($3\frac{1}{3}$ n.
3 ze   3 ʒ

In omni diuiſione numerorum Coſſicorum denominationes debẽt eſſe continuatæ. 5.

Itaque ſi deſit continuatio in diuidendo vel in Diuiſore interponatur ſignum ┼ cum o & charactere requiſito ſiue deficiente, vt fiat continuatio: vt patet in diuiſore & diuidendo exemplorum ſubiectorum, verbi gratia:

12 ℨℨ ┼ 16 ce ÷ 36 ʒ ÷ 32 ze ┼ 24 (6 ℨ ┼ 8
2 ʒ ┼ o ze ÷ 4   ze ÷ 6 n.

Item.

1 ce ┼ o ʒ ┼ o ze ┼ 1 (1 ʒ ÷ 1 ze ┼ 1 n.
per 1 ze ┼ 1

Ac diuiſio vt plurimum fieri non poteſt vbi diuiſor eſt numerus compoſitus, vel diminutus, ſed ſubſcripto diuiſore ipſi diuidẽdo numero, interiectaque linea fiat fractio. 7.

Verbi gratia: $\frac{8\,ʒ}{2\,ʒ ┼ 4\,n.}$ $\frac{8\,ℨ ÷ 9\,ze}{4\,ze ┼ 3\,n.}$

Similiter ſi numerus Coſſicus ſimplex vel cõpoſitus per Coſſicum numerum 8.

merum ſimplicem maioris denominationis diuiditur, fractio conſtruitur.

Verbi gratia, 8ʒ / 2ʒℭ   9ʒ ┼ 4 / 3ʒℭ

Examen.

Multiplicatio probatur per diuiſionem: hæc verò per multiplicationem: Item vtriuſque fit probatio, per reſolutionem. *Notabis* quod in Algebra fingantur numeri infra nihil, qui in praxi ſuam habent vtilitatem, verbi gr.

2ʒ ÷ 3℞
3℞ ÷ 2ʒ
―――――――――
÷ 4ʒʒ ┼ 6ℭ
6ℭ ÷ 9ʒ
―――――――――

Vide exemplum ſiue problema Algebraicũ in calce libri quod eſt 23. in ordine vbi vſus patet.

planus eſt: 12ℭ ÷ 4ʒʒ ÷ 9ʒ qui reſolutus per radicem 2. efficit 32 ÷ 36. id eſt, 0 ÷ 4. Cauſa eſt numerorum multiplicatio.

De Numeratione radicum ſecundarum numerorum rationalium.

CAPVT V.

ABſoluta numeratione rationalium Numerorum in integris ſequitur Algorithmus Radicum ſecundarum, quas propterea artifices excogitarũt,

quia

quia sæpe plures numeri sub incerta proportione quærũtur: vnde quãdo pro primo numero posita est 1 ze non erat conueniens, pro secundo, pro tertio, & eundem characterem ponere, idque propter confusionem, quia valores habent diuersos, vnde nos iuxta ordinem Alphabeti varias radices notabimus, verbi gratia: 1ze. 1A. 1B. 1C. 1D, &c. De quarum numeratione nunc agendum est præmisso sequenti elemento.

In omni numeratione, numerus duorum characterum censetur cum priore ductus, in vnitatem posterioris. 1.

Verbi gratia, 1 ze A significat 1 ze. ductum in 1 A. similiter 3 ze A. intelligimus hanc 3 ze. ductum in 1 A. item: 1 ʒ A ʒ. indicat 1 ʒ ductum esse in 1 A ʒ. &c.

Additio & Subductio hic eadem quæ primarum radicum. 2.

Verbi gratia, 3 A. & 4 A. totus est 7 A. Item: 3 B. & 4 B. totus est 7 B. Item in heterogeneis 3 A. & 4 B. totus est 3 A + 4 B. Itẽ: 3 ze. & 4 A. totus est 3 ze + 4 A. Similiter in Subductione: 3 A. tolle ex 4 A. reliquus est 1 A. Item 3 A. tolle ex 4 B. reliquus est 3 A ÷ 4 B. Sed multiplicatio est operosior.

Multiplicatio numeri absoluti in nume- 3.

merum ſecundæ radicis, facit numerum ſecundæ radicis.

Verbi gratia, 7. in 4B. facit 28B. Item: 6 in 3C. facit 18C.

4. Multiplicatio numeri radicis primæ cum numero radicis ſecundæ, ſignatæ ſolum litera A. vel B. &c. eadem ſigna plano apponit.

Verbi gratia, 12ℨ. ducatur in 2A. planus eſt 42ℨA. id eſt, 42ℨ ductæ in 1A. iuxta primum elementum huius capitis. Item: 3ʒ in 4B. facit 12ʒB.

5. Multiplicatio ſecundarum radicum in homogeneis facit planum communis literæ, poſtpoſito charactere ʒ. in heterogeneis verò facit planum vtriuſque literæ.

Verbi gratia in homogeneis: 3A. in 4A. planum facit 12Aʒ In heterogeneis: duc 3A. in 9B. facit 27AB. quaſi multiplicaſſem 27A. in 1B.

6. Multiplicatio numeri ſecundæ radicis quadratè vel Cubicè facit planum eiuſdem literæ poſtpoſito charactere ʒ. vel ℭ.

Verbi gratia 3B. in ſe quadratè ductus facit 9Bʒ. Sic idem 3B. in ſe Cubicè ductus facit 27Bℭ.

Mul-

Multiplicatio numeri secundæ 7.
radicis, per alium numerum eiusdem radicis secundæ, quæ etiam habet characterem Cossicum, fit vt primus numerus intelligatur etiam habere characterem Cossicum ze.

Verbigratia, 1 A. ducatur in 1 Aʒ. facit 1 Ace. Item, 3 ʒ ducatur in 4 Bce. fac. 12 Bʒʒ.

Multiplicatio numeri Cossici sim- 8.
plicis, absque litera secundæ radicis cũ numero signato litera & charactere Cossico facit planũ, cui character & litera cum charactere apponitur.

Verbi gratia. 2 ce. ducatur in 4 Aʒ facit 8 ce Aʒ. Item 1 ce. in 12 ze Aʒ. facit 1 ʒʒ Aʒ. id est, 1 ʒʒ ductus 1 A ze.

Multiplicatio numeri qui post li- 9.
teram secundæ radicis habet characterem Cossicum, cum numero simili, facit planum cum charactere Cossico quem exponentes dant cui præponenda est litera, vel literæ secundæ radicis.

Verbi gratia, 2 Aʒ. in 5 Ace. facit 10 Aß. Item: 3 Aʒ in 4 Bce. facit 12 ABß. &c.

Multiplicatio numeri qui post li- 10.
teram secundæ radicis gerit characterem Cossicum, cum numero

qui

qui post characterem Cossicum, literam quoque secundæ radicis habet, planum facit cum posteriori charactere Cossico, quem insequitur litera secundæ radicis: deinde apposito charactere Cossico, qui producitur ex priore charactere Cossico in literam secundæ radicis, ac si haberet signum hoc ze.

Verbi gratia, 1 A cꝭ. cum 1ʒ A facit 1ʒ A ʒʒ. Item, 3 A ʒ. cum 4 cꝭ A. facit 12 cꝭ A cꝭ. id est, 12 cꝭ. multiplicatur in 1 A cꝭ. &c.

11. Diuisio secundarum radicum fit, reductione prius facta signorum Cossicorum, per Substractionem similium signorum.

Verbi gratia, diuidantur 8 cꝭ A ʒ. per 4 A ʒ Substractione facta diuiditur 8 cꝭ. per 4. & quotus est 2 cꝭ. Item: 8 cꝭ A ʒ. per 4 cꝭ. fit quotus 2 A ʒ.

12. Fractio fit vbi numerus primæ radicis diuidendus est per numerum secundæ.

Verbi gratia, 2 ze. per 4 A. facit $\frac{2\,ze.}{4\,A.}$

Examen.

Multiplicatio & Diuisio radicum secundarum satis probatur ex duabus progressio-

gressionibus Geometricis ab 1. incipientibus, quarum vna dupla est, altera tripla, sic:

n	ze	ʒ	cf	ʒʒ	ß	ʒcf	Bß.	&c.
1	2	4	8	16	32	64	128.	&c.
1	3	9	27	18	243	729	2187.	&c.

Duc 2ze. in 2A f 4A ze. id est 4ze. in 1A. & resolue 2ze faciunt 4. & 2A. faciunt 6. at quater sena faciunt 24 quantum similiter faciunt 4ze. id est, 8. ducta in 1A. id est in 3. quia octies terna sunt 24. &c.

De Numeratione Fractorum.

CAPUT VI.

ALgorithmus numerorum rationalium in Integris primarum & secundarum radicum sic fuit, sequitur in fractis de quibus hoc vnicum est elementum:

Numeratio fractorum Cossicorum & rationalium est eadem quæ vulgarium, si peculiaris ratio signorum + & ÷ characterumque Cossicorum habeatur. I.

Ita fractio $\frac{3}{8ze}$ significat tres vnitates diuisas esse per 8ze Reductio hic

fit ad minimos proportionales per communem diuiſorem maximum, vel quoad characteres, per ſubſtractionem exponentis minoris characteris ab exponentibus aliorum characterum: Reductio verò ad idem nomen, fit per alternam multiplicationem, numeratorum & nominum ſuppoſita vnitate numero integro, ſi in fractione ad idem nomen reuocari debeat: vel ſi integris adhęreat fractio, prius reducuntur ad fractionem, multiplicando integra per nomen & addendo numeratorem producto: quæ omnia præcedenti libro docuimus: quare hic ſolum adferamus exemplum.

Additionis exempla.

$\frac{6\,\text{ze}}{8\,\text{n}}$ id eſt, $\frac{3\,\text{ze}}{4\,\text{n}}$ $\times$ $\frac{3\,\text{cꝭ}}{4\,\text{cꝭ}}$ hic reductio eſt facienda, licet nomen ſit idē, quia character eſt diuerſus.

$\frac{12\,\text{ßß}}{16\,\text{cꝭ}}$ $\frac{12\,\text{cꝭ}}{16\,\text{cꝭ}}$ Iam fiat numerorum additio ſic: $\frac{12\,\text{ßß} + 12\,\text{cꝭ}}{16\,\text{cꝭ}}$. hic totus primò contrahatur per communem diuiſorem maximum, puta, 4. oritur $\frac{3\,\text{ßß} + 3\,\text{cꝭ}}{4\,\text{cꝭ}}$. Secundò fiat contractio quoad characterem quæ fit per ſubſtractionem exponentis minoris characteris ab exponentibus aliorum ſic:

$$\frac{3\,\text{ze} + 3.}{4}$$

Item:

Item.

$\frac{3ʒʒ}{2}$ $\frac{4ʒ}{3ℭ}$ totus est $\frac{9ʒʒ+8ʒ}{6ℭ}$ id est $\frac{9ʒ+8ʒ.}{6ʒʒ}$

Item:

$\frac{48}{7ʒ}$ $\frac{48}{12ʒʒ \div 3ʒ}$ Inuenti numeratores proportionales sunt 576ʒʒ ÷ 144ʒ. & +336ʒ. hi addantur sic

576ʒʒ ÷ 144ʒ

+336ʒ

192 Qui reliquus est, quippe additio in signis contrarijs est substractio, & reliquus habet signum maioris, vnde totus additionis est $\frac{192ʒ+576ʒʒ.}{84ℭ \div 21ʒʒ.}$

Substractionis exempla.

Tolle $\frac{10ʒʒ}{3}$ ex $\frac{6ʒ}{1ℭ}$ reductione facta $\frac{10ʒ}{3ʒʒ}$ $\frac{18ʒ}{3ʒʒ}$ fiat subductio $\frac{8ʒ}{3ʒʒ}$ id est, $\frac{8ʒʒ}{3}$ id est, 2ʒʒ $\frac{2}{3}$.

Item.

Tolle $\frac{12}{12ʒʒ+3}$ ex $\frac{16ʒʒ}{1ʒ \div 2ʒʒ}$ ex reductione fiunt numeratores proportionales 12ʒ ÷ 24ʒʒ. & 16ʒ + 48ʒʒ qui sic addendi

12ʒ ÷ 24ʒʒ At sub- 12ʒ ÷ 24ʒʒ

faciunt 16ʒ + 48ʒʒ ducti 16ʒ + 48ʒʒ

totum. 28ʒ + 24ʒʒ faciunt 4ʒ + 72ʒʒ

 Iam

Iam nomina inter se mul- 1 ʒ ÷ 2 ze
tiplicentur. 1 ze + 3 ze
Vnde sic est exemplum: + 3 ʒ ÷ 6 ze
4 ʒ + 72 ze ——— 1 cℓ ÷ 2 ʒ
1 cℓ + 1 ʒ ÷ 6 2 ——— f. 1 cℓ + 1 ʒ ÷ 6 ze

Item.

Tolle 3 ze + 6 ex 12 ze + 16
2 ʒ ÷ 12 ——— 6 ze + 4. Vnde
reuocentur ad commune nomen.

3 ze + 6
6 ze + 4
+ 12 ze + 24
18 ʒ + 36 ze
f. 18 ʒ + 48 ze + 24

12 ze + 16
2 ʒ ÷ 12
÷ 144 ze ÷ 192
24 cℓ + 32 ʒ
f. 24 cℓ + 32 ʒ ÷ 144 ze ÷ 192. Hi sunt quæsiti numeratores proportionales: iam quæratur nomen commune:

2 ʒ ÷ 12
6 ze + 4
+ 8 ʒ ÷ 48
12 cℓ ÷ 72 ze
12 cℓ + 8 ʒ ÷ 72 ze ÷ 48.

Tollantur numeratores ab inuicem sic:

2 4ℭ + 3 2ʒ ÷ 144ze ÷ 192
+ Øℭ + 18ʒ + 48ze + 24

2 4ℭ + 14ʒ ÷ 192ze ÷ 216. Itaque reliquus est:

24ℭ + 14ʒ ÷ 192ze ÷ 226 / 12ℭ + 8ʒ ÷ 72ze ÷ 48.

Multiplicationis.

Sunto dati 9ʒʒ + 8ʒ. / 6ℭ & 3ℭ / 2 fac. 27Bß + 24ß. / 12ℭ.

Item: 3ze / 4 · 3 / 2ʒ faciunt 9ze / 8ʒ

Item: 20 / 2ze & 16ze / 3ze + 12 quorum planus est 320ze / 6ʒ + 24ze

Item: 9ʒ ÷ 4ze / 6ze + 10 & 10ze ÷ 8 / 12ze + 9

sic: 9 ʒ ÷ 4ze · 6ze + 10
10ze ÷ 8 · 12ze + 9

÷ 72 ʒ + 32ze · + 54ze + 90
90ℭ ÷ 40ʒ · 72ʒ + 120ze

90ℭ ÷ 112ʒ + 32ze. 72ʒ + 174ze + 90

Ergo planus datorum est:

90ℭ ÷ 112ʒ + 32ze / 72ʒ + 174ze, 90n.

Diuisionis.

8ze / 9ʒ per 2 / 3ze quotus est 24ʒ / 18ʒ id est 4 / 3

Item.

$\frac{6}{5𝔷}$ per $\frac{9𝔷}{7ℨ}$ quotus est $\frac{42ℨ}{45ℨ}$ id est $\frac{14}{15}$.

Item.

$\frac{7ℭ ÷ 14ℨ}{2ℨℨ}$ per $4𝔷 ÷ 8$ quotus est, $\frac{7ℭ ÷ 14ℨ}{8ℨℨ ÷ 16ℨℨ}$.

Item.

$\frac{6ℨ}{7}$ per $\frac{3𝔷}{2𝔷 + 6}$ quotus est $\frac{12ℭ + 36ℨ}{21𝔷}$

qui contractus est $\frac{4ℨ + 12𝔷}{7}$.

Item.

2. $\frac{6𝔷 + 12}{2𝔷 ÷ 5}$ per $\frac{3𝔷 ÷ 8}{4ℨ ÷ 3𝔷}$ quotus est

$\frac{24ℭ + 30ℨ ÷ 36𝔷}{6ℨ ÷ 31𝔷 + 40}$.

Item.

Diuidantur $6𝔷\frac{5}{2𝔷}$ per $\frac{3}{1𝔷}$. integrum $6𝔷$ reuoca prius ad fractionem sic $\frac{12ℨ + 5}{2𝔷}$ quæ iam diuidatur per $\frac{3}{1𝔷}$ quotus est $\frac{12ℭ + 5𝔷}{6𝔷}$ contractus $\frac{12ℨ + 5}{6}$

De

De Compendijs Fractionum.

CAPVT VII.

IN ſoluendis ænigmatibus per Algebram, multum ſæpe negotij Arithmetico Minutiæ faceſſunt, quando videlicet fracti numeri nominatam partem vel addere vel ſubſtrahere debemus, vel numerum inuenire, cuius pars nominata data ſit: vt autem laborem ſubleuemus ſex hic compendia Minutiarum ex Algebra docti P. Clauij ponemus, quæ in plurimis quæſtionibus ſoluendis perutilia ſunt.

Dati numeri partem quamcunque, vel partes nominatas ad ipſum numerum addere. 1.

Verbi gratia, Si ad hanç fractionem $\frac{3}{5}$. addendum ſit eius dimidium, addita vnitate ad $\frac{1}{2}$ fiunt $\frac{3}{2}$. Multiplico $\frac{3}{5}$ per $\frac{3}{2}$ fit ſumma tota $\frac{9}{10}$. Item: eſto datus $\frac{3\,\text{ze} \div 16}{2}$ cui volo addere dati numeri $\frac{3}{4}$ adde parti vel partibus vnitatem, quod fit ſi nomen addatur numero ſic $\frac{7}{4}$ multiplica hanc minutiam per datum numerum, & efficies ſummam quæſitam: $\frac{21\,\text{ze} \div 112}{8}$.

Item:

6ʒ + 8 ze	10ʒ + 4 ze + 8
2ʒ ÷ 10 ze	6 ʒ ÷ 4 ze − 4
8ʒ + 2 ze	16ʒ − − + 4

Subducitur verò minor à maiore hic, siue maior sit superior, siue inferior, verbi gratia:

7ʒcℓ + 0ß + 8ʒʒ + 0cℓ − 4ze + 8
7ʒcℓ + 5ß ÷ 11ʒʒ ÷ 11cℓ + 0ze + 0
14ʒcℓ + 5ß ÷ 3ʒʒ ÷ 11cℓ − 4ze + 8.

4. Subductio in signis contrarijs est additio, cuius totus habet signum superioris.

Verbi gratia:

8ʒ ÷ 2ze
6ʒ + 8ze
2ʒ ÷ 10ze

Item.

14ʒcℓ + 5ß ÷ 3ʒʒ ÷ 11cℓ ÷ 4ze
7ʒcℓ + 0 + 8ʒʒ + 0 ÷ 4ze
7ʒcℓ + 5ß ÷ 11ʒʒ ÷ 11cℓ ÷ 0

5. Si tollendus in ijsdem signis maior est, tollitur ab eo superior, & reliquus habet signum contrarium.

	Item.
9ʒ + 4ze ÷ 5	6cℓ ÷ 5ʒ + 3
4ʒ + 7ze ÷ 8	7cℓ ÷ 9ʒ + 10
5ʒ ÷ 3ze + 3	÷ 1cℓ + 4ʒ ÷ 7

Examen operationis.

Primò fit vt in numeris absolutis Additio

ditio probatur per Subſtractionem: & Subſtractio per Additionem. Secundò fit per reſolutionem numerorum Coſſicorum in abſolutos: Nam rectè facta eſt Additio, ſi numeri ſummæ collectæ reſoluti ſimul, ſint æquales numeris addendis, quando ſunt commutati in abſolutos: Et Subductio recta eſt, ſi tollendus & reliquus reſoluti, ſint æquales numero à quo Subſtractio facta eſt reſoluto.

De Multiplicatione & Diuiſione rationalium numerorum tam ſimplicium, quam mixtorum.

CAPVT IV.

NVmerus Coſſicus multiplicatus vel diuiſus per numerum abſolutum, facit planum, vel Quotum Coſſicum eiuſdem characteris. 1.

Verbi gratia, 4 zz per 3. facit 12 zz. Item, 8ʒ. per 4. facit 32 ʒ. Item, 64 zz. diuiſus per 4. facit 16 zz.

Numerus Coſſicus multiplicatus per numerum Coſſicum, facit planum iſtius denominationis, quam procreat Additio numero- 2.

 rum

Diuisionis exempla.

1ø ℭ (1ø ℭ (1ø ʒ (
3ℭ (3⅓. Itē.   3ze (3⅓ʒ.   3ze (3⅓ze.
6   9   8

1øʒ + 4ze (3⅓ze + 1⅓n. Item. ø: (3⅓n.
3ze   3ʒ

In omni diuisione numerorum 5.
Coſſicorum denominationes debēt
eſſe continuatæ.

Itaque ſi deſit continuatio in diuidendo vel in Diuiſore interponatur ſignum + cum o. & charactere requiſito ſiue deficiente, vt fiat continuatio: vt patet in diuiſore & diuidendo exemplorum ſubiectorum, verbi gratia:

12ʒʒ + 16ℭ ÷ 36ʒ ÷ 32ze + 24 (6ʒ + 8
2ʒ + 0ze ÷ 4   ze ÷ 6n.

Item.

1ℭ + 0ʒ + 0ze + 1 (1ʒ ÷ 1ze + 1n.
per 1ze + 1

Ac diuiſio vt plurimum fieri non 7.
poteſt vbi diuiſor eſt numerus compoſitus, vel diminutus, ſed ſubſcripro diuiſore ipſi diuidēdo numero, interiectaque linea fiat fractio.

Verbi gratia: $\frac{8ʒ}{2ʒ + 4n.}$ $\frac{8ʒ ÷ 9ze}{4ze + 3n.}$

Similiter ſi numerus Coſſicus ſim- 8.
plex vel cōpoſitus per Coſſicum numerum

merum ſimplicem maioris denominationis diuiditur, fractio conſtruitur.

Verbi gratia, 8 ʒ / 2 ʒ𝔠   9 ʒ + 4 / 3 ʒ𝔠

Examen.

Multiplicatio probatur per diuiſionem: hæc verò per multiplicationem: Item vtriuſque fit probatio, per reſolutionem. *Notabis* quod in Algebra fingantur numeri infra nihil, qui in praxi ſuam habent vtilitatem, verbi gr.

2 ʒ ÷ 3 ℛ
3 ℛ ÷ 2 ʒ
÷ 4 ʒʒ + 6 𝔠
6 𝔠 ÷ 9 ʒ

Vide exemplum ſiue problema Algebraicũ in calce libri quod eſt 23. in ordine vbi vſus patet.

planus eſt: 12 𝔠 ÷ 4 ʒʒ ÷ 9 ʒ qui reſolutus per radicem 2. efficit 32 ÷ 36. id eſt, 0 ÷ 4. Cauſa eſt numerorum multiplicatio.

De Numeratione radicum ſecundarum numerorum rationalium.

CAPVT V.

Abſoluta numeratione rationalium Numerorum in integris ſequitur Algorithmus Radicum ſecundarum, quas propterea artifices excogitarũt, quia

quia sæpe plures numeri sub incerta proportione quærũtur: vnde quãdo pro primo numero posita est 1 ze non erat conueniens, pro secundo, pro tertio, & eundem characterem ponere, idque propter confusionem, quia valores habent diuersos, vnde nos iuxta ordinem Alphabeti varias radices notabimus, verbi gratia: 1ze.1A.1B.1C.1D, &c. De quarum numeratione nunc agendum est præmisso sequenti elemento.

In omni numeratione, numerus duorum characterum censetur cum priore ductus, in vnitatem posterioris. 1.

Verbi gratia, 1 ze A significat 1ze. ductum in 1 A. similiter 3ze A. intelligimus hanc 3ze. ductum in 1A. item: 1$\mathfrak{z}$A$\mathfrak{z}$. indicat 1$\mathfrak{z}$ ductum esse in 1 A$\mathfrak{z}$. &c.

Additio & Subductio hic eadem quæ primarum radicum. 2.

Verbi gratia, 3 A. & 4 A. totus est 7A. Item: 3B. & 4B. totus est 7B. Item in heterogeneis 3A. & 4B. totus est 3 A + 4B. Itẽ: 3ze. & 4 A. totus est 3ze + 4A. Similiter in Subductione: 3A. tolle ex 4A. reliquus est 1 A. Item 3A. tolle ex 4B. reliquus est 3A ÷ 4B. Sed multiplicatio est operosior.

Multiplicatio numeri absoluti in nume- 3.

Multiplicatio numeri ſecundæ radicis, per alium numerum eiuſdem radicis ſecundæ, quæ etiam habet characterem Coſſicum, fit vt primus numerus intelligatur etiam habere characterem Coſſicum ze. 7.

Verbigratia, 1 A. ducatur in 1 Aʒ. facit 1 Ace. Item, 3 ʒ ducatur in 4 Bce. fac. 12 Bʒʒ.

Multiplicatio numeri Coſſici ſimplicis, abſque litera ſecundæ radicis cū numero ſignato litera & charactere Coſſico facit planū, cui character & litera cum charactere apponitur. 8.

Verbigratia. 2ce. ducatur in 4 Aʒ facit 8ce Aʒ. Item 1ce. in 12ze Aʒ. facit 1ʒʒ Aʒ. id eſt, 1ʒʒ ductus 1 A ze.

Multiplicatio numeri qui poſt literam ſecundæ radicis habet characterem Coſſicum, cum numero ſimili, facit planum cum charactere Coſſico quem exponentes dant cui præponenda eſt litera, vel literæ ſecundæ radicis. 9.

Verbigratia, 2 Aʒ. in 5 Ace. facit 10 Aß. Item: 3 Aʒ in 4 Bce. facit 12 A Bß. &c.

Multiplicatio numeri qui poſt literam ſecundæ radicis gerit characterem Coſſicum, cum numero 10.

qui

qui post characterem Cossicum, literam quoque secundæ radicis habet, planum facit cum posteriori charactere Cossico, quem insequitur litera secundæ radicis: deinde apposito charactere Cossico, qui producitur ex priore charactere Cossico in literam secundæ radicis, ac si haberet signum hoc ze.

Verbi gratia, 1 A ce. cum 1ʒ A facit 1ʒ A ʒʒ. Item, 3 A ʒ. cum 4 ce A. facit 12 ce A ce. id est, 12 ce. multiplicatur in 1 A ce. &c.

11. Diuisio secundarum radicum fit, reductione prius facta signorum Cossicorum, per Substractionem similium signorum.

Verbi gratia, diuidantur 8 ce A ʒ. per 4 A ʒ Substractione facta diuiditur 8 ce. per 4. & quotus est 2 ce. Item: 8 ce A ʒ. per 4 ce. fit quotus 2 A ʒ.

12. Fractio fit vbi numerus primæ radicis diuidendus est per numerum secundæ.

Verbi gratia, 2 ze. per 4 A. facit $\frac{2\,ze.}{4\,A.}$

Examen.

Multiplicatio & Diuisio radicum secundarum satis probatur ex duabus progressio-

greſſionibus Geometricis ab 1. incipientibus, quarum vna dupla eſt, altera tripla, ſic:

n	ze	ʒ	ce	ʒʒ	ß	ʒce	Bß.	&c.
1	2	4	8	16	32	64	128.	&c.
1	3	9	27	81	243	729	2187.	&c.

Duc 2ze in 2A f 4Aze. id eſt 4ze. in 1A. & reſolue 2ze faciunt 4. & 2A. faciunt 6. at quater ſena faciunt 24 quantum ſimiliter faciunt 4ze. id eſt, 8. ducta in 1A. id eſt in 3. quia octies terna ſunt 24. &c.

De Numeratione Fractorum.

CAPVT VI.

ALgorithmus numerorum rationalium in Integris primarum & ſecundarum radicum ſic fuit, ſequitur in fractis de quibus hoc vnicum eſt elementum:

Numeratio fractorum Coſſicorum & rationalium eſt eadem quæ vulgarium, ſi peculiaris ratio ſignorum + & ÷ characterumque Coſſicorum habeatur. 1.

Ita fractio $\frac{3}{8ze}$ ſignificat tres vnitates diuiſas eſſe per 8ze Reductio hic

I fit

fit ad minimos proportionales per communem diuiſorem maximum, vel quoad characteres, per ſubſtractionem exponentis minoris characteris ab exponentibus aliorum characterum: Reductio verò ad idem nomen, fit per alternam multiplicationem, numeratorum & nominum ſuppoſita vnitate numero integro, ſi in fractione ad idem nomen reuocari debeat: vel ſi integris adhęreat fractio, prius reducuntur ad fractionem, multiplicando integra per nomen & addendo numeratorem producto: quæ omnia præcedenti libro docuimus: quare hic ſolum adferamus exemplum.

Additionis exempla.

$\frac{6\,\text{ze}}{8\,\text{ß}}$ id eſt, $\frac{3\,\text{ze}}{4\,\text{n}}$ X $\frac{3\,\text{cc}}{4\,\text{cc}}$ hic reductio eſt facienda, licet nomen ſit idē, quia character eſt diuerſus.

$\frac{12\,\text{ßß}}{16\,\text{cc}}$ $\frac{12\,\text{cc}}{16\,\text{cc}}$ Iam fiat numerorum additio ſic: $\frac{12\,\text{ßß} + 12\,\text{cc}}{16\,\text{cc}}$ hic totus primò contrahatur per communem diuiſorem maximum, puta, 4. oritur $\frac{3\,\text{ßß} + 3\,\text{cc}}{4\,\text{cc}}$. Secundò fiat contractio quoad characterem quæ fit per ſubſtractionem exponentis minoris characteris ab exponentibus aliorum ſic:

$$\frac{3\,\text{ze} + 3.}{4}$$

Item:

Item.

$\frac{3\text{ʓ}}{2}$ $\frac{4\text{ȝ}}{3\text{ℭ}}$ totus est $\frac{9\text{ȝȝ}+8\text{ȝ}}{6\text{ℭ}}$ id est $\frac{9\text{ȝ}+8\text{ʓ}}{6\text{ʓ}}$.

Item:

$\frac{48}{7\text{ȝ}}$ $\frac{48}{12\text{ʓ}\div 3\text{ȝ}}$ Inuenti numeratores proportionales sunt $576\text{ʓ}\div 144\text{ȝ}$ & $+336\text{ȝ}$. hi addantur sic

$576\text{ʓ}\div 144\text{ȝ}$

$+336\text{ȝ}$

192 Qui reliquus est, quippe additio in signis contrarijs est substractio, & reliquus habet signum maioris, vnde totus additionis est $\frac{192\text{ȝ}+576\text{ʓ}}{84\text{ℭ}\div 21\text{ȝȝ}}$.

Subſtractionis exempla.

Tolle $\frac{10\text{ʓ}}{3}$ ex $\frac{6\text{ȝ}}{1\text{ℭ}}$ reductione facta $\frac{10\text{ȝ}}{3\text{ʓ}}$ $\frac{18\text{ȝ}}{3\text{ʓ}}$ fiat subductio $\frac{8\text{ȝ}}{3\text{ʓ}}$ id est, $\frac{8\text{ʓ}}{3}$ id est, $2\text{ʓ}\frac{2}{3}$.

Item.

Tolle $\frac{12}{12\text{ʓ}+3}$ ex $\frac{16\text{ʓ}}{1\text{ȝ}\div 2\text{ʓ}}$ ex reductione fiunt numeratores proportionales $12\text{ȝ}\div 24\text{ʓ}$ & $16\text{ȝ}+48\text{ʓ}$ qui sic addendi

$12\text{ȝ}\div 24\text{ʓ}$ At sub- $\quad 12\text{ȝ}\div 24\text{ʓ}$

faciunt $16\text{ȝ}+48\text{ʓ}$ ducti $\quad 16\text{ȝ}+48\text{ʓ}$

totum. $28\text{ȝ}+24\text{ʓ}$ faciunt $\quad 4\text{ȝ}+72\text{ʓ}$

Iam nomina inter se mul- 1ʒ ÷ 12ze
tiplicentur. 1ze + 3ze
Vnde sic est exemplum: + 3ʒ ÷ 6ze

4ʒ + 72ze   1c ÷ 2ʒ
1c + 1ʒ ÷ 62   f. 1c + 1ʒ ÷ 6ze

Item.

Tolle 3ze + 6 ex 12ze + 16
2ʒ ÷ 12   6ze + 4. Vnde reuocentur ad commune nomen.

3ze + 6
6ze + 4
+ 12ze + 24
18ʒ + 36ze
f. 18ʒ + 48ze + 24

12ze + 16
2ʒ ÷ 12
÷ 144ze ÷ 192
24c + 32ʒ
f. 24c + 32ʒ ÷ 144ze ÷ 192. Hi sunt quæsiti numeratores proportionales: iam quæratur nomen commune:

2ʒ ÷ 12
6ze + 4
+ 8ʒ ÷ 48
12c ÷ 72ze
12c + 8ʒ ÷ 72ze ÷ 48.

Tollantur numeratores ab inuicem sic:

24ℭ+32ʒ÷144ze÷192
+0ℭ+18ʒ+48ze+24
24ℭ+14ʒ÷192ze÷216. Itaque reliquus est:

(24ℭ+14ʒ÷192ze÷226) / (12ℭ+8ʒ÷72zz÷48.)

Multiplicationis.

Sunto dati (9ʒʒ+8ʒ.)/(6ℭ) & (3ℭ)/(2) fac. (27ßʒ+24ʒ.)/(12ℭ.)

Item: (3ze)/(4) (3)/(2ʒ) faciunt (9zz)/(8ʒ)

Item: (20)/(2ze) & (16ze)/(3ze+12) quorum planus est (320ze)/(6ʒ+24ze)

Item: (9ʒ÷4ze)/(6ze+10) & (10ze÷8)/(12ze+9)

sic: 9ʒ÷4ze | 6ze+10
10ze÷8 | 12ze+9
÷72ʒ+32zz | +54ze+90
90ℭ÷40ʒ | 72ʒ+120ze
90ℭ÷112ʒ+32ze. | 72ʒ+174ze+90

Ergo planus datorum est:

(90ℭ÷112ʒ+32ze) / (72ʒ+174ze 90n.)

Diuisionis.

(8ze)/(9ʒ) per (2)/(3ze) quotus est (24ʒ)/(18ʒ) id est (4)/(3)

 Item

Item.

$\frac{6}{5\text{ℨ}}$ per $\frac{9\text{ℨ}}{7\text{ʓ}}$ quotus est $\frac{42\text{ʓ}}{45\text{ʓ}}$ id est $\frac{14}{15}$.

Item.

$\frac{7\text{ℭ} \div 14\text{ʓ}}{2\text{ʓʓ}}$ per $4\text{ℨ} \div 8$ quotus est, $\frac{7\text{ℭ} \div 14\text{ʓ}}{8\text{ß} \div 16\text{ʓʓ}}$.

Item.

$\frac{6\text{ʓ}}{7}$ per $\frac{3\text{ℨ}}{2\text{ℨ}+6}$ quotus est $\frac{12\text{ℭ}+36\text{ʓ}}{21\text{ℨ}}$ qui contractus est $\frac{4\text{ʓ}+12\text{ℨ}}{7}$.

Item.

2. $\frac{6\text{ℨ}+12}{2\text{ℨ} \div 5}$ per $\frac{3\text{ℨ} \div 8}{4\text{ʓ} \div 3\text{ℨ}}$ quotus est $\frac{24\text{ℭ}+30\text{ʓ} \div 36\text{ℨ}.}{6\text{ʓ} \div 31\text{ℨ}+40.}$

Item.

Diuidantur $6\text{ℨ}\,\frac{5}{2\text{ℨ}}$ per $\frac{3}{1\text{ℨ}}$. integrum 6ℨ reuoca prius ad fractionem sic $\frac{12\text{ʓ}+5}{2\text{ℨ}}$ quæ iam diuidatur per $\frac{3}{1\text{ℨ}}$ quotus est $\frac{12\text{ℭ}+5\text{ℨ}}{6\text{ℨ}}$ contractus $\frac{12\text{ʓ}+5}{6}$

De

De Compendijs Fractionum.

CAPVT VII.

IN ſoluendis ænigmatibus per Algebram, multum ſæpe negotij Arithmetico Minutiæ faceſſunt, quando videlicet fracti numeri nominatam partem vel addere vel ſubſtrahere debemus, vel numerum inuenire, cuius pars nominata data ſit: vt autem laborem ſubleuemus ſex hic compendia Minutiarum ex Algebra docti P. Clauij ponemus, quæ in plurimis quæſtionibus ſoluendis perutilia ſunt.

Dati numeri partem quamcunque, vel partes nominatas ad ipſum numerum addere. 1.

Verbi gratia, Si ad hanç fractionem $\frac{3}{5}$. addendum ſit eius dimidium, addita vnitate ad $\frac{1}{2}$ fiunt $\frac{3}{2}$. Multiplico $\frac{3}{5}$ per $\frac{3}{2}$ fit ſumma tota $\frac{9}{10}$. Item: eſto datus $\frac{32℞ \div 16}{2}$ cui volo addere dati numeri $\frac{3}{4}$ adde parti vel partibus vnitatem, quod fit ſi nomen addatur numero ſic $\frac{7}{4}$ multiplica hanc minutiam per datum numerum, & efficies ſummam quæſitam: $\frac{212℞ \div 112}{8}$.

2. Dati numeri partem, vel partes quaſcunque, ad partem, vel partes quaſcunque, eiuſdem numeri addere.

Verbi gratia: eſto datus $\frac{8\text{ze} \div 12}{7}$ ad cuius $\frac{1}{3}$ volo addere $\frac{3}{4}$ eiuſdem dati numeri addo partes inter ſe, vt $\frac{1}{3}$ & $\frac{3}{4}$ facioque $\frac{13}{12}$. Hanc fractionem multiplico in datum numerum $\frac{8\text{ze} \div 12}{7}$ fit ſumma $\frac{104\text{ze} \div 156}{84}$ Hic longum eſſet atque operoſum primò inquirere $\frac{1}{3}$. dati numeri $\frac{8\text{ze} \div 12}{7}$: deinde inueſtigare $\frac{3}{4}$ eiuſdem quod fit per multiplicationem: vnde ſunt addendi $\frac{8\text{ze} \div 12}{21}$ qui eſt $\frac{1}{3}$ dati, & $\frac{24\text{ze} \div 36}{28}$ qui eſt $\frac{3}{4}$ dati: qui cum denominatores habeant diuerſos per multiplicationem alternam reuocantur ad eoſdem ſic:

$$\frac{8\text{ze} \div 12}{21} \times \frac{24\text{ze} \div 36}{28}$$

Proportionales horum inueninutur $\frac{224\text{ze} \div 336}{588}$ & $\frac{504\text{ze} \div 756}{588}$ quare additi faciunt totum $\frac{728\text{ze} \div 1092}{588}$ cuius fractionis Numerator

&

& Denominator si contrahantur per communem diuisorem 7. oritur fractio $\frac{104\,ze \div 156}{48}$ quæ fuit antea per compendium inuenta. Vnde patet elementi vtilitas. Similiter compendiosè $\frac{2}{5}$ huius numeri 35 ad $\frac{4}{7}$ eiusdem volo addere: addo prius $\frac{2}{5}\,\frac{4}{7}$ & totum $\frac{34}{35}$ multiplico per 35. fit summa $\frac{1190}{35}$ id est, 34

3. Dati numeri partem, vel partes quascunque, ab ipso numero subducere.

Esto datus numerus $\frac{7\,; + 8\,ze \div 10}{12\,ze}$ à quo volo subtrahere $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$ addo partes $\frac{8}{15}$ denuo ex vnitate $\frac{15}{15}$ manet $\frac{7}{15}$ quem multiplico per datum numerum & efficio $\frac{49\,; + 56\,ze \div 70}{180\,ze}$. Item subduc $\frac{4}{5}$ huius $\frac{2}{9}$ detraho $\frac{4}{5}$. ex vnitate $\frac{5}{5}$ & reliquum $\frac{1}{5}$ multiplico per datum $\frac{2}{10}$ & efficio $\frac{2}{50}$.

4. Dati numeri partem, vel partes quascunq; à parte, vel partibus, quibuscũq; eiusdem numeri subducere.

Esto datus $\frac{12\,ze + 8}{5}$ à cuius $\frac{1}{3}$ volo subducere $\frac{1}{4}$ demo prius $\frac{1}{4}$ ex $\frac{1}{3}$ remanet $\frac{1}{12}$: multiplico $\frac{1}{12}$ per datum $\frac{12\,ze + 8}{5}$ & facio $\frac{12\,ze + 8}{60}$. Item subduc $\frac{3}{4}$ de $\frac{36}{15}$ ex $\frac{8}{9}$ eiusdem: demo $\frac{3}{4}$

De numerorum Surdorum numeratione simplicium.

CAPVT VIII.

ALgorithmus numerorum rationalium hactenus fuit: sequitur numeratio Surdi, qui vel est simplex, vel compositus: Simplex vel absolutè est simplex, vel simul Cossicus & Denominatus: Compositus item vel est absolutè compositus, vel vniuersaliter Compositus, vnde Radices vniuersales vocantur. Vterque tam simplex quàm Compositus est integer vel fractus. De his omnibus ordine agendum est.

Omnis figuratus æquilaterus est, vel latere seu radice effabili vel ineffabili. effabile est cuius ad I. ratio explicari potest: ineffabile contrà. 1.

Vnde numerus cuius radix est inexplicabilis, *Surdus* dicitur, quia proprio suæ quantitatis numero, nec dici, nec scribi potest, & consequenter ipsius explicatio à nobis exaudiri nequit. Notatur verò hac nota √ vt diximus, verbi gratia:

√ʒ10.

√ʒ10. est radix quadrata uumeri 10. sed inexplicabilis, quia nullus numerus est integer, fractus vel mistus qui in se multiplicatus facit 10. √cꝭ12. est radix cubica 12. sed inexplicabilis, latus ineffabile vocatur etiam asymmetrum incommensurabile, incommunicabile, irrationale, &c. Sed latus effabile, contra dicitur rationale, commensurabile, &c. Numerus igitur Surdus quid sit dictum est: simplex vocatur, vbi solis characteribus sine signis + & ∸ signatur, de quibus priore loco agendum est, & prius de ipsorum multiplicatione & diuisione ante eorum additionem & subductionem, quæ sine prioribus nequeunt perfici.

2. Multiplicatio & diuisio laterum surdorum fit per ipsos similes figuratos: plano & quoto communis lateris notam præponens.

Voco similes figuratos qui habent eosdem characteres Cossicos, verbi gratia: √ʒ & √ʒ. Item √cꝭ & √cꝭ. Item √ʒcꝭ & √ʒcꝭ. Item, √ʒʒ & √ʒʒ. &c. Ex √ʒ3. in √ʒ12. fit √ʒ36. id est, 6. Item: Ex √cꝭ24. in √cꝭ10. fit √cꝭ240. Ita quoque diuidimus √ʒ70. per √ʒ7. quotus est √ʒ10. Item √cꝭ240. per √cꝭ24. quotus est √cꝭ10. Ex hoc elemento oriuntur duo consectaria, quorum primum est, quod

Latus

Latus ſurdum per ſe multiplicare, ſit præpoſitam notam tollere. 3.

Verbi gratia, quadretur √ʒ3. dico planum ſiue quadratum ipſum eſſe 3. abolita nota √ʒ. Item cubice multiplicetur √ℭ4. dico quod cubice multiplicare ſit absque nota √ℭ. retinere datum 4. Ita √ʒʒ16. multiplicare in ſe biquadratè, eſt ſimpliciter retinere 16. at ſi latus ſurdum multiplicetur ſecundum exigentiam alterius characteris Coſſici, tunc plano idem character quem habuit præponitur, verbi gratia: √ʒ6. in ſe cubice fit √ʒ216. Item: √ℭ8. in ſe quadratè fit √ℭ64. id eſt, 4. Item √ʒʒ6 in ſe quadratè fit √ʒʒ36. hoc eſt, √ʒ6. Vnde vt habeatur quadratum alicuius radicis zenſizenſicæ ſatis eſt amouere vnum characterem ʒ. Secundum conſectarium eſt, vt in heterogeneis lateribus multiplicandis, vel diuidendis, neceſſaria eſt reductio ad latus commune, vt ſequitur.

Reductio diuerſorum laterum ad commune eſt multiplicatio datorum, ſecundum alternam figuram cuius planis præponitur nota lateris è datis compoſita. 4.

Verbi gratia, √ʒ5. & √ℭ6. quia non ſunt ſimiles figurati, ſed latera diuerſa fit multi-

multiplicatio alterna iuxta hanc diſpoſitionem 5 X 6 hinc intelligitur quod debeat √ʒ √c℞ cubicè multiplicari, & ſenarius quadratè, & vtriſque planis nota lateris è datis compoſita præponi ſic: √ʒc℞125. & √ʒc℞36. quæ habent eandem rationem cum datis. Iamque Multiplicationi & Diuiſioni in his locus eſt, quoniam homogenea.

5. Si laterum characteres inter ſe ſunt compoſiti, alterum tantum reducitur ad eam ſpeciem, quâ ſuperatur à reliquo.

Verbi gratia, 4 X 9
√ʒ √ʒʒ. fiunt cognomina 16 9
√ʒʒ √ʒʒ. Itaque

6. Si datorum alter fuerit abſolutus, fiat per Multiplicationem ſimile latus, imitatione reliqui.

Verbi gr. 2 8 ſic 4 8. vel √ʒ4 √ʒ8.
√ʒ √ʒ √ʒ

7. Fit quoque reductio per veram aliquam analyſin in lateribus characterum inter ſe compoſitorum, manente charactere communi.

Verbi gratia: √ʒ3. & √ʒʒ4. reducantur per analyſin: nam in biquadrato 4. datur

ana-

analysis quadrati vnica & scribantur √33. & √82.

Item.

27 ╳ 25 pro his sunt 3 ╳ 5
√ꝗ 88 √o √8

id est, √89. & √85.

De Additione & Subductione numerorum Surdorum simplicium.

CAPVT IX.

MVltiplicatio & Diuisio in integris numerorum surdorum & simplicium sic fuit: Additio & Subductio sequitur post comparationem Surdorum inter se factam: Nam sicut priore libro numeri absoluti vel fuerunt inter se primi vel compositi, sic surdi inter se sunt vel commensurabiles vel incommensurabiles. Cõmensurabiles surdi sunt, quorum quantitas per se sit inexplicabilis, eorum tamen certa & explicata inæqualitatis comparatio tenetur. Vox autem, *Commensurabiles* indicat differentiam laterum surdorũ nasci è communi diuisione, quippe diuisor cõmunis quasi mensura cõmunis existit. Leges autem addendi & subducendi, quia ex Symmetria vel asymmetria surdorum oriuntur, operæ pretium fuit hanc differentiam notare, & dicere quod latera

latera sui dorum alia inter se sint symmetra, alia asymmetra.

1. Symmetra latera sunt, quæ communi aliquo latere diuiduntur, ita vt quoti sint veri istius generis figurati.

Id est, Diuisio producit quotos, ex quibus tolli potest explicabilis & effabilis radix homogenea datis ita √ʒ27. & √ʒ12. diuidantur per √ʒ3. quoti sunt √ʒ9. & √ʒ4. qui habent radicem explicabilem, puta, 3. & 2 quadratam verò, vt intelligatur homogenea cum datis: ita √cc24. √cc 81. diuidantur per √cc3. quoti sunt √cc8. & √cc27. qui habent veram & explicabilem radicem Cubicam, nempe 2. & 3. quæ est eiusdem generis cum datis. Quilibet absolutus hoc modo Vnitati vel cuilibet absoluto symmeter est tanquam latus figurati verum ad latus verum & explicabile: sic 5. ad 3. tanquam √ʒ25. ad √ʒ9. Ita 2. ad 1. symmeter est veluti √ʒ4. ad √ʒ1. Hinc iam oritur Additio & Subductio Symmetrorum.

2. Si Symmetra latera addantur, latus plani à figurato totius per communem diuisorem, erit summa laterum: si subducatur minus è maiore, latus plani à figurato reliqui per

communem diuiſorem erit reliquus.

Sunto data latera ſurda & ſymmetra √ʒ27. & √ʒ12. quæratur eorum totus: diuidantur per communem diuiſorem √ʒ3. vnde radices effabiles quotorum ſunt 3. & 2. quæ addendæ ſunt in Additione & in ſubductione ſubducendæ: totus ergo additionis eſt 5. qui ductus in ſe, facit 25. qui nunc dicitur latus plani à figurato totius in Additione, vel latus plani à figurato reliqui, ſi reliquus in ſe fuiſſet ductus: vnde ſi latus plani vtrobique per communem diuiſorem multiplicetur, naſcitur vel totus Additionis vel reliquus ſubductionis datorum: quare 25. ducatur per 3. diuiſorem communem datorum oritur √ʒ 75 qui eſt ſumma: ita ſi 2. ſubducatur à 3. reliquus eſt vnitas, quæ ſi ducatur in ſe, manet 1. & multiplicata per 3. eſt reliquus Subductionis, ſic √ʒ3. Deſcriptio eſt talis:

√ʒ27, √ʒ12.

Diuiſor √ʒ3.	9	4	
communis	3 —	2	radices quotor.
Additio	5	1	Subductio.
	25	1	
	√ʒ75.	√ʒ3.	

Poteſt tamen tam Additio quàm Subductio per Regulam Auream ſiue Trium expediri per hoc elementum:

3 Vt ſe habet minor vel maior radix quotorum ad ſummam, vel differentiam radicum, ita minus vel maius latus Surdorum datorum, ad ſummam Additionis, vel differentiam Subductionis datorum Surdorum laterum Symmetrorum.

Sunto data Surda latera √ʒ8 & √ʒ18. quæratur totus per Auream Regulam? Communis diuiſor eſt √ʒ2. quoti ſunt √ʒ4. & √ʒ9. quorum radices quadratæ ſunt 2. & 3. Dico ergo vt ſe habet 2. minor radix ad 5. qui eſt ſumma radicum, ita ſe habet √ʒ8. minus latus datum ad ſummam: ſic 2 5 √ʒ8. multiplica 5. id eſt, 25. per 8. quia debent eſſe homogenei, oritur planus √ʒ200. quem diuide per 2. id eſt √ʒ4. & quotus eſt √ʒ50. ſumma ſiue totus laterum datorum. Item: vt ſe habet 3. maior radix ad 5. ſummam radicum ſi. √ʒ18. maius latus ad quærendum 3 5 √ʒ 18. multiplica 5. id eſt, 25. per √ʒ18. oritur √ʒ450. hunc diuide per 3. id eſt, √ʒ9. quotus √ʒ50. vt antea, par Ratio eſt ſubductionis. Dicamus de Aſymetris.

4. Aſymmetra latera ſunt, quando quoti eiuſdem generis rationales figurati nulli dantur.

Id eſt, quando ex diuiſione per communem

munem diuiſorem oriuntur quoti, quorum ratio ſiue proportio eſt ineffabilis, ſiue ex quibus radix certa & explicabilis eiuſdemque characteris, ſiue naturæ cum datis elici nequit, Verbi gratia: √ʒ20. & √ʒ18. ſunt Aſymmetra, quia diuiſa per √ʒ2. fiunt quoti √ʒ10. & 1√ʒ9. ex his certa & effabilis elici nequit, qua conſtat quam inter ſe proportionem datam habeant: radix enim quadrata 10. ineffabilis eſt, vnde quilibet rationalis numerus eſt Aſymmeter ad quemuis Surdum.

Aſymmetra latera adduntur per ſignum pluris +, ſubducuntur per ſignum ÷, & totus dicitur Binomius, reliquus autem apotome. 5.

Verbi gratia: ſic √ʒ20 √ʒ18. totus eſt, √ʒ20 + √ʒ18. ita tollatur 7. è √ʒ5. ſic 7 ÷ √ʒ5. Adduntur tamen radices quadratæ Aſymmetræ hoc modo:

Ad ſummam quadratorum addatur duplum eius, quod fit ex vna radice in aliam: radix enim quadrata huius ſummæ collectæ, erit totus datarum radicum. 6.

Verbi gratia. √ʒ6. & √ʒ11. horum quadrati ſunt 6. & 11. additi faciunt 17. Nunc ex √ʒ6. in √ʒ11. fit √ʒ66. cuius duplum eſt √ʒ264. add hoc duplũ ad ſummam 17. ſic

17 + √ʒ264. Hæc summa collecta quadretur sic: √ʒ(17 + √ʒ264. hic ergo numerus est totus datorum. Similiter possunt substrahi.

7. A summa quadratorum subducatur quod ex vna radice in aliam bis fit: radix quadrata relicti est residuum substractionis.

Verbi gratia: √ʒ12. à √ʒ20. adde quadratos 12. & 20. fiunt 32. hinc subduc quod fit ex √ʒ29. in √ʒ12. puta √ʒ240. id nūc dupla estq; √ʒ960. Ergo 32 ÷ √ʒ960. quadretur sic: √ʒ(32 ÷ √ʒ960.

De Numeratione fractorum numerorum Surdorum & Simplicium.

CAPVT X.

1. NOtatio Surdorum fractorum eadem est, quæ fractionum vulgarium, præter signum radicale, quod positum ante medium fractionis tam ad numeratorem, quàm ad denominatorem pertinet.

Verbi gratia: √ʒ$\frac{2}{16}$. significat √ʒ9. diuisum esse per √ʒ16. id est, $\frac{3}{4}$. Item √c$\frac{8}{27}$.

Tota Reductio & Numeratio cum

cum fractione vulgari est eadem: sed in asymmetris additio fit per interpositionem + & subductio per ÷.

Contractio enim numerorum hic quoque fit per communem diuisorem maximum, & Reductio ad commune nomen, per Multiplicationem alternam. Interdum quoque Reductio fit ad minora signa radicalia, verbi gratia, $\sqrt{ȝ}\,cc\,\frac{4}{8}$ ad $\frac{\sqrt{cc}\,2}{\sqrt{ȝ}\,2}$. Additio & Subductio fit, per numeratores veluti præcedenti cap. de integris explicauimus, supposito communi nomine: Multiplicatio multiplicat inter se numeratores, & denominatores inter se: at vtrobique similes & eiusdem generis: Diuisio reductione facta ad commune nomen, si id non habeant, numeratorem eiusdem characteris, per numeratorem similem diuidit neglecto communi nomine, vt in vulgaribus. Exemplis res erit manifestior.

Additionis Exempla in Symmetris.

Sunto addenda $\frac{\sqrt{ȝ}16}{\sqrt{ȝ}49}$ & $\frac{\sqrt{ȝ}4}{\sqrt{ȝ}9}$ reduc ad $\frac{\sqrt{ȝ}144}{\sqrt{ȝ}441}$ $\frac{\sqrt{ȝ}196}{\sqrt{ȝ}441}$ totus est $\frac{26}{21}$.

Item:

$\frac{\sqrt{ȝ}6}{5}$ & $\sqrt{ȝ}\,\frac{4}{\sqrt{ȝ}6}$ reduc ad $\frac{\sqrt{ȝ}36}{\sqrt{ȝ}150}$ &

& $\frac{\sqrt{z}\,100}{\sqrt{z}\,150}$ adde numeratores Symmetros & totus est $\frac{\sqrt{z}\,256}{\sqrt{z}\,150}$ $\frac{16}{\sqrt{z}\,150}$ id est $\frac{8}{\sqrt{z}\,37\frac{1}{2}}$

Asymmera sic adduntur: $\sqrt{z}\,\frac{7}{2}$ & $\sqrt{z}\,\frac{5}{2}$ totus est $\sqrt{z}\,\frac{7}{2} + \sqrt{z}\,\frac{5}{2}$.

Exempla Substractionis.

$\sqrt{z}\,\frac{4}{7}$ ex $\frac{\sqrt{z}\,9}{7}$ reliquus est $\frac{1}{7}$.

Item.

$\frac{\sqrt{z}\,16}{\sqrt{z}\,49}$ ex $\frac{\sqrt{z}\,4}{\sqrt{z}\,9}$ reliquus est $\frac{2}{21}$.

Item.

$\sqrt{z}\,\frac{5}{2}$ ex $\sqrt{z}\,\frac{7}{2}$ reliquus est $\sqrt{z}\,\frac{7}{3} \div \sqrt{z}\,\frac{5}{2}$.

Exempla Multiplicationis.

$\frac{\sqrt{z}\,3}{4}$ per $\frac{\sqrt{z}\,6}{7}$ facit $\frac{\sqrt{z}\,18}{28}$

Item.

$\frac{\sqrt{z}\,3}{5}$ per $\frac{5}{2}$ facit $\frac{\sqrt{z}\,75}{10}$

Item.

$\frac{2}{\sqrt{z}\,2}$ per $\frac{3}{4}$. facit $\frac{6}{\sqrt{z}\,32}$

Item:

$\frac{\sqrt{c}\,2}{\sqrt{z}\,8}$ per $\frac{\sqrt{zz}\,8}{2}$ facit $\frac{\sqrt{zzc}\,4096}{\sqrt{z}\,32}$

Exempla Diuisionis.

$\frac{\sqrt{z}\,3}{4}$ per $\frac{\sqrt{z}\,6}{7}$ fac. quot. $\sqrt{z}\,\frac{147}{96}$ id est $\sqrt{z}\,1\frac{51}{96}$.

Item.

Item: Sunto diuidenda $\frac{\sqrt{z\mathcal{C}}\,512000000}{10}$ per $\frac{\sqrt{z\mathcal{C}}\,2359296}{10}$ quoniam nomen hic est commune, numerator per numeratorem diuidatur, qui sunt similes figurati, & quotus est $\sqrt{z\mathcal{C}}\,\frac{15625}{72}$ id est, $\frac{5}{\sqrt{z\mathcal{C}}\,72}$

De Numeratione Surdorum Cossicorum.

CAPVT XI.

HActenus fuit numeratio numeri simplicis & surdi cum in integris, tum in fractis: sequitur numeratio Numeri Surdi & Simplicis qui simul sit Cossicus & Denominatus, verbi gratia: √z20ℓ. Item: √cℓ20ℓ. √zz20ℓ, &c. sensus est vt sumatur radix zensica, cubica, zensizensica 20 radicum, quæ valdè est varia pro varietate valoris vnius radicis, potestque aliquando esse rationalis, verbi gratia: si 1ℓ. est 5. erunt 20ℓ. numerus 100. cuius √z, est 10. atq; ita √z20ℓ. est numerus rationalis æquivalens 10, &c.

Algorithmus horum numerorum, ex triplici Algorithmo signorum radicalium, numerorum absolutorum, & signorum Cossicorum conficitur. 1.

2. Additio fit plurimum per interpositionem signi + Subſtractio per interpoſitionem ſigni ÷.

Exemplum Additionis.

√ȝ36ze. ad √ȝ12ȝ. totus eſt √ȝ36ze. + √ȝ12ȝ.

Subſtractionis.

36. ex √ȝ36ze. fit √ȝ36ze ÷ 36.

3. Si ſigna Coſſica eadem fuerint, & numeri irrationales (ſemotis ſignis Coſſicis) ſint commenſurabiles, tunc ijs ſemotis, numeri adduntur & ſubducuntur vt radices ſurdæ, & poſt operationem idem ſignum apponitur.

Verbi gratia: √ȝ8ze. ad √ȝ32ze: fit totus √ȝ72ze. Item: √ȝ8ȝ. ad √ȝ18ȝ. fit √ȝ50ȝ.

Sic √ȝ8ze. ex √ȝ18ze. reliquus eſt, √ȝ2ze. Sic √ȝ8ȝ. ex √ȝ√ȝ18ȝ reliquus eſt √ȝ2ȝ.

4. Multiplicatio numeros inter ſe multiplicat, qui habent eadem ſigna radicalia, vel ad eadem prius reductos & addit Exponentes characterum Coſſicorum, & totum exponentem ſuo charactere notatum Plano poſtponit.

Verbi

Verbi gratia: multiplica √ℭ4ze. per √ȝ8ze. reducuntur √ȝℭ16ȝ. & √ȝℭ512ℭ. quare planus est √ȝℭ8192ß Item: ducatur 3ze. in √ȝ16. primò quadretur sic: 9ȝ. iam præponatur signum radicale √ȝ9ȝ. & ducatur in √ȝ16. planus est √ȝ144ȝ.

5. Diuisio diuidit numeros qui habent eadem signa radicalia: vel reductos prius ad eadem signa, & substrahit Exponentes characterum Cossicorum, & reliquum charactere notatum Quoto postponit.

Verbi gratia:

√ȝℭ512ℭ (quotus est √ȝℭ32ze.
per √ȝℭ16ȝ

Item.

√ȝ+256ȝȝ. per √ȝℭ512ℭ. facit quotum √ȝℭ$\frac{1}{2}$ze. Notandum quod Contractio per Substractionem minoris characteris Cossici à maiore, hic locum non habeat, nisi numeri post reductionem sint æquales.

6. Minutiæ sequuntur præcepta suorum integrorum.

Omitto exempla, quia facilia.

CAPVT XII.

Numeratio simplicis ac surdi numeri exposita est: sequitur Composi-

tis Algorithmus qui vel est absolute talis vel qui speciali nomine vniuersalis appellatur. Præmittemus absolutè Compositos.

1. Compositus Surdus est siue radix surda composita est, quæ notatur per interposita signa pluris + vel minoris ÷.

Huius sunt duo genera, vnum ligata radix, alterum Vniuersalis appellatur.

2. Ligata radix est summa ex pluribus radicibus, vel ex vna radice, pluribusve atque ex numero aliquo, vel ex numero Cossico aut pluribus collecta.

Verbigratia: √ȝ9 + √ȝ4. hic numerus æquiualet 5. qui velut summa collectus est ex radice zenzica 9. puta 3. & 4. puta 2. Sic est ligata radix √ȝ + √ȝ4 + 3. quæ æquiualet huic √ȝ7 + 5. sic √ȝ49 — √c27. equivalet huic 4. quia radix quadrata 49. est 7. vnde substrahatur radix cubica huius 27. puta 3. vnde manet 4. Hasce igitur radices ligatas appellamus numeros irrationales Compositos, siue habeant signum pluris, siue minoris, de quorum numeratione prius agendum est.

Vni-

Vniuersalis radix, est radix ligata, quæ diminutiuè intelligitur. 3.

Verbi gratia: 22 + √ʒ9. radix huius Vniuersalis est 5. nam radix 3. de 9. addita ad 22. facit 25. cuius radix est 5. Nam sensus est, vt totus dati & aggregati radix quæratur zensica. Item: 10 + √ʒ7. sensus est, vt radice quadrata numeri 7. si haberi possit, addita 10. totius numeri radix quæratur quadrata vel cubica pro varietate characteris. Item: √cꝭ (√ʒ25 + √ʒ9). sensus est, vt sumptis radicibus quadratis numerorum 25. & 9. quæ sunt 5. & 3. quarum totus est 8. extrahatur ex dato toto radix cubica, puta, 2. Atque vt significemus signum radicale præfixum, puta, √ʒ. vel √cꝭ ad totum numerum compositum referri, includimus numerum compositum inter duas parentheses sicut fecimus in dato postremo, vel sic: √ʒ (22 + √ʒ9.) Item: √ʒ (√ʒ9 + √ʒ4.) + √ʒ (11 + √ʒ25.) Sensus posterioris est, vt sumatur summa conflata ex √ʒ9. & √ʒ4. nimirum ex 3. & 2. quæ est 5. & ad hanc summam adijciatur radix aggregati ex 11. & √ʒ25. hoc est, aggregati 16. quæ est 4. vt tota summa fiat 9. cuius radix est 3. Vbi nunc manifestè vides ligationem & diminutionem,

quæ

quæ τὸ εἶναι radicis vniuersalis faciunt. Has radices vniuersales simpliciter nominant, radices numerorum irrationalium Compositorum, aut diminutorum.

4. Additio & Subductio numerorum irrationalium compositorum, si ratio signorum + vel ÷ habeatur, eadem est, quæ fuit simplicium.

Exempla Additionis Symmetrorum.

√ʒ27 + √ʒ8	Item.	√ʒ162 ÷ 2n.
√ʒ12 + √ʒ2		√ʒ200 ÷ 3n.
√ʒ75 + √ʒ18		√ʒ722 ÷ 5n.

Item.

√ʒ5 + 3	*Item.*	8 ÷ √ʒ7
√ʒ20 ÷ 4		10 ÷ √ʒ7
√ʒ45 ÷ 1		18 ÷ √ʒ28

Asymmetrorum exempla.

7 + √ʒ5	*Item.*	7 + √ʒ5
4 + √ʒ3		4 ÷ √ʒ3
11 + √ʒ(8 + √ʒ60)		11 + √ʒ(8 ÷ √ʒ60

Exempla Subſtractionis Symmetrorum.

√ʒ50 ÷ 5	*Item.*	√ʒ50 ÷ 2
√ʒ 8 ÷ 2		√ʒ18 ÷ 4
√ʒ18 ÷ 3		√ʒ 8 + 2

Item.

√ʒ162 + 2	*Item.*	√ʒ162 ÷ 2
√ʒ50 ÷ 3		√ʒ50 + 3
√ʒ32 + 5		√ʒ32 ÷ 5

Item.

Item.

$\surd 72 \div 4$	*Item.*	$\surd\text{ʒ}0 + 16$
$8 \div \surd\text{ʒ}50$		$\surd\text{ʒ}320 \div 8$
$\surd\text{ʒ}242 \div 12$		$24 \div \surd\text{ʒ}320$

Hic quia numerus inferior $\surd\text{ʒ}320$. non habet respondentem, ideo positus est numerus $\surd\text{ʒ}0$. cum signo $+$ quod in similibus fieri semper debet vt in sequenti.

$\surd\text{ʒ}180 + 0$	*Item.*	$\surd\text{ʒ}72 \div 4$
$\surd\text{ʒ}320 + 8$		$8 \div \surd\text{ʒ}12$
$8 \div \surd\text{ʒ}20$		$\surd\text{ʒ}84 (+ \surd\text{ʒ}3456) \div 12$

Item.

$10 \div \surd\text{ʒ}4$	*Item.*	$\surd\text{ʒ}12 \div 5$
$10 + \surd\text{ʒ}4$		$\surd\text{ʒ}12 + 5$
$\surd\text{ʒ}16$		10

De coniuncta Numeratione numerorum irrationalium Compositorum.

CAPVT XIII.

MVltiplicatio & Diuisio hic eadem quæ fuit radicum simplicium, nisi quod habenda sit ratio signorum $+$ & $\div$. 1.

Multiplicatio & diuisio in ijsdem signis ponunt $+$ in diuersis verò $\div$ verbi gratia:

6÷√ȝ 20
8÷√ȝ 45
48÷√ȝ1280 ÷√ȝ1620+30 id eſt, 78÷
√ȝ 5780.

Item:

√ȝȝ 288÷√ȝȝ648
√ȝȝ 128÷√ȝȝ162
√ȝ 192÷√ȝ288÷√ȝ216+18.

Item.

√ȝ9+√cꝶ27
√ȝ4
√ȝ36+√ȝ+46656. id eſt, 6+6. id eſt, 12.

Item. 6+√ȝ8 *Item:* 2+√ȝ16,
6÷√ȝ8 2÷√ȝ16
36+√ȝ288÷√ȝ288÷8 4 ÷ 16

Exempla diuiſionis.

√cꝶ28+√cꝶ20 (√cꝶ7+√cꝶ5.
√cꝶ4

Item.

√ȝ20÷√cꝶ10 (√ȝ2 2/9 ÷cꝶ 10/27.
per 3

2. Quando diuiſor eſt numerus radicum quadratarum, vel ȝȝ compoſitus vel diminutus, oportet illum multiplicari per numerum ſimilem, mutato ſigno + in ÷ & ſigno ÷ in + vt procreetur numerus vnicus rationalis pro diuiſore. Deinde per eun-

eundem hunc numerum ita transmutatur, multiplicandus est numerus diuidēdus vt per diuisorē inuentum producatur nouus diuidēdus.

Hic enim nouus diuidendus habet eandem proportionem ad diuisorem nouum quam habet, datus diuidendus ad datum diuisorem, quippe idem numerus transmutatus multiplicans vtrunque produxit. Exemplum est tale: diuidatur 24. per √ʒ25 + √ʒ4: multiplica diuisorem signis mutatis: √ʒ25 + √ʒ4

√ʒ25 ÷ √ʒ4

÷ √ʒ200 ÷ 4

25 + √ʒ100

facit 25 ÷ 4 id est 21. qui est nouus diuisor: per eundem √ʒ25 ÷ √ʒ4. duc diuidendum sic: √ʒ25 ÷ √ʒ4

per 42 id est per 1764

Facit √ʒ44100 ÷ √ʒ7056. hic iam est nouus diuidendus proportionalis: nunc instituatur diuiso sic:

√ʒ44100 ÷ √ʒ7056

per 21 id est per √ʒ441.

quotus est √ʒ100 ÷ √ʒ16. id est extractis radicibus 10 ÷ 4 quod est idē quod 6.

Si diuisor trium vel plurium particularum fuerit, vna earum mu- 3.

tanda

tanda erit in ſigna contraria: quod ſi tunc inuentus nouus diuiſor haud Simplex fuerit, repetenda operatio iuxta elementum præcedens.

Verbi gratia: ſint diuidenda 100. per √ȝ3 + √ȝ5 + √ȝ6. hic tres ſunt particulæ cum ſigno +: Ergò vltima mutetur ſic:

√ȝ3 + √ȝ5 + √ȝ6
√ȝ3 + √ȝ5 ÷ √ȝ6

÷ √ȝ18 ÷ √ȝ30 ÷ 6
+ √ȝ15 + 5 + √ȝ30
+ 3 + √ȝ15 + √ȝ18

Facit √ȝ60 + 2

Sed quia hic diuiſor non eſt ſimplex ſed compoſitus fac vt prius:

√ȝ60 + 2
√ȝ60 ÷ 2

60 ÷ 4 id eſt 56. qui eſt diuiſor nouus: nunc quoque 100. multiplicetur per eundem ſic:

√ȝ3 + √ȝ5 ÷ √ȝ6
100. id eſt √ȝ10000.

√ȝ30000 + √ȝ50000 ÷ √ȝ60000. hic eſt diuidendus per √ȝ60 + 2. at quia per ſimilem diminutum inuentus fuerit diuiſor nouus 56. ſic idem √ȝ60 ÷ 2. ductus in √ȝ30000 + √ȝ50000 ÷ √ȝ60000. procreabit nouum diuidendum: √ȝ810000 + √ȝ300000 + √ȝ240000 ÷ √ȝ120000 ÷ √ȝ

÷√ʒ200000÷√ʒ3600000. quo diuiso per diuisorem inuentum 56. prodibit idem quotiens qui proueniret, si datus numerus 100. per datum diuisorem √ʒ3+√ʒ5+√ʒ6. diuideretur.

4. Si diuisor sit numerus qui habet duas particulas radicum Cubicarum, inuenietur simplex diuisor inuentione trium numerorum continuè proportionalium, nempe per multiplicationem prioris numeri in se: deinde per alium numerum alterius particulæ: tertiò si alter alterius particulæ in se quoque multiplicetur: vltimò si multiplices extremos duos affectos signo + & medium ÷ idque per diuidendum, orietur nouus diuidendus: & per datum diuisorem, & orietur nouus diuisor. *Euclid. li. 8. Propos. 3.*

Exemplum.

Diuidatur 10. per √cꝭ5+√cꝭ3. Hinc tres continuè proportionales sic fiunt:

+√cꝭ25÷√cꝭ15+√cꝭ9

√cꝭ5+√cꝭ3

+√cꝭ75÷√cꝭ45+√cꝭ27

+√cꝭ125÷√cꝭ75+√cꝭ45

Facit √cꝭ125+√cꝭ27. id est 8. qui est

 nouus

nouus diuisor: idem diuisor habetur, si numeri particularum addantur, quia 3. & 5. faciunt 8. Si iam datus diuidendus 10. multiplicetur per eundem numerum inuentum sic: √ℭ25 ÷ √ℭ15 + √ℭ9

√ℭ1000

√ℭ25000 ÷ √ℭ15000 + √ℭ9000. qui nunc est nouus diuidendus.

5. Si diuisor fuerit compositus duarum radicum ʒʒ. ß. ʒℭ. tot quærendi sunt numeri continuè proportionales, quot fuerint in Exponente Vnitates, quibus inuentis alternatim dandum ipsis est signum + vel ÷ vt numeri locis imparibus gerant signum + per quos sic affectos, si datus diuisor & diuidendus ducantur, orietur nouus & diuisor & diuidendus.

Verbi gr: diuidatur 10. per √ʒʒ5 + √ʒʒ3. quoniam hic Exponens est 4. inuenientur quatuor numeri proportionales, quibus signa + & ÷ apponentur lege præscripta:

√ʒʒ5 + √ʒʒ3

√ʒʒ25 √ʒʒ15 √ʒʒ9

√ʒʒ123 ÷ √ʒʒ75 + √ʒʒ45 ÷ √ʒʒ27.

Inuentio numeri diuidendi proportionalis.

√ʒʒ125 ÷ √ʒʒ75 + √ʒʒ45 ÷ √ʒʒ27. per hunc

hunc multiplicetur 10. id est √ʒʒ10000. datus diuidendus sic:

√ʒʒ12 5000 ÷ √ʒʒ750000 + √ʒʒ450000 ÷ √ʒʒ270000. qui nunc est inuentus nouus diuidendus dato 10. proportionalis.

Inuentio diuisoris.

√ʒʒ125 ÷ √ʒʒ75 + √ʒʒ45 ÷ √ʒʒ27
√ʒʒ7 + √ʒʒ 3

+ √ʒʒ375 ÷ √ʒʒ225 + √ʒʒ135 ÷ √ʒʒ81
+ √ʒʒ625 ÷ √ʒʒ375 + √ʒʒ225 ÷ √ʒʒ135

Facit √ʒʒ625 ÷ √ʒʒ81. id est, 2.

Quando numerus Exponens radicum est par, vt √ʒ. & √ʒʒ. &c. diuisor simplex est residuum numerorum absolutorum: si sit impar vt √ꝶ √ß. diuisor simplex est totus numerorum absolutorum. 6.

Verbi gr. √ʒʒ5 + √ßß5. huius simplex diuisor est 2. quia differentia est absolutorum. sic √ꝶ5 + √ꝶ3. huius diuisor simplex est 8. qui est totus numerorum absolutorum.

Si diuisor sit duarum radicum diuersarũ, eas ad eandẽ denominationem oportet reducere: vel si fuerit plurium particularum, ad radicũ di- 7.

uersarum & ad simplicem diuisorem reuocari nequeat, fiet fractio.

Verbi gr. Numerator: √ʒ48 + √ꝯ3
Denominator: √ʒ15 + √ꝯ6 ÷ √ʒ3

De Multiplicatione & Diuisione radicum Vniuersalium.

CAPVT XIV.

1. VT quadratum vel Cubus radicis surdæ ʒ vel ꝯ est ipse numerus simplex deleto signo √ʒ vel √ꝯ, Sic quadratum vel Cubus numeri compositi est ipse numerus deleto signo.

Verbigratia : quadratum huius: √ʒ(11 + √ʒ9 + √ʒ4) est 11 + √ʒ9 + √ʒ4. id est 16. id est 4. Item Cubus huius : √ꝯ(√ʒ25 + √ʒ9) est √ʒ 5 + √ʒ9. id est, 2.

2. Si radix numeri compositi, in radicem simplicem, vel in numerum compositum, vel in absolutum, vel denique in aliam radicem numeri compositi, multiplicanda fuerit, vterque numerus tàm multiplicans, quàm multiplicandus ad ʒ vel ꝯ primò reuocabitur, & dein multiplicatio

tio ratione signorum +. & ÷ instituenda.

Verbi gratia: sit multiplicanda √ȝ(7+√ȝ3) per 2. Hæc data latera reuocentur prius ad quadrata sic: 7 ; √ȝ3. & 4. descriptio operis talis est:

7 ; √ȝ3
4 id est. 16.
28 , √ȝ48

Item.

√ȝ(7+√ȝ4) per 3. datis reductis ad quadrata sic: 7+√ȝ4
9 id est 81.
63+√ȝ324

Item.

Multiplicetur √ꝯ(√ꝯ64+√ꝯ27) per 2. Exemplum sic erit post reductionem:

√ꝯ64+√ꝯ27
8 id est 512.
√ꝯ32768+√ꝯ13824. id est √ꝯ56.

Item: Multiplicetur √ȝ(13+√ȝ9) per √ȝ(5+√ȝ16. horum quadratus est:

13+√ȝ 9
5+√ȝ16
√ȝ2704+√ȝ144 id est. 12.
65+√ȝ225
√ȝ2704+√ȝ225+77

Item: √ȝ(√ȝ4+14)÷√ȝ(√ȝ9+6) per √ȝ(√ȝ9+6. quadrati sunt:

√ʒ4 + 14 ÷ √ʒ9 + 6
√ʒ9 + 6

+ √ʒ144 + 84 ÷ √ʒ9 + 6
√ʒ36 + √ʒ1764.

id est, √ʒ144 ÷ 9. id est 3 nam radix 144. est 12. à quo substractus 9. relinquit 3.

3. Si radix zensica numeri compositi vnà cum radice zensica numeri diminuti similis in seipsam multiplicanda proponitur, scribatur numerus bis, & addantur quadrata partium: & vna pars in alteram ducatur bis: planorum totus cum toto additorum est summa multiplicationis.

Verbi gratia: sit in se multiplicanda, √ʒ(12 + √ʒ6) + √ʒ(12 ÷ √ʒ6:) scribatur numerus bis, hoc pacto:

√ʒ(12 + √ʒ6) + √ʒ(12 ÷ √ʒ6)
√ʒ(12 + √ʒ6) + √ʒ(12 ÷ √ʒ6)

quadrata partiũ sunt 12 + √ʒ6 + 12 ÷ √ʒ6.

Hæc adde	12	+ √ʒ6
	12	÷ √ʒ6
	24	

Additio in contrarijs signis est Substractio, vnde nihil relinquitur in numeris æqualibus. Vna pars in alteram ducatur sic:

$12 + \sqrt{\mathfrak{z}}6$

$12 - \sqrt{\mathfrak{z}}6$

$\div \sqrt{\mathfrak{z}}684 \div 6$

$144 + \sqrt{\mathfrak{z}}864$

Adde partes: $-\sqrt{\mathfrak{z}}864$ Signa se mutuò
$+\sqrt{\mathfrak{z}}864$ tollunt addédo:

vnde manet: $144 \div 6$. id est, 138 cui numero præfigendum est $\sqrt{\mathfrak{z}}$): Et quia vna pars in alteram bis debet duci, numerus $\sqrt{\mathfrak{z}}138$. ponatur bis sic $\sqrt{\mathfrak{z}}138$
$\sqrt{\mathfrak{z}}138$

Adde quia communis diuisor est $\sqrt{\mathfrak{z}}138$. quotus est 1. & 1. qui additi faciunt 2. in se ductus facit 4. qui multiplicatus per communem diuisorem facit planum 552. Ergo totus dati est $24 + \sqrt{\mathfrak{z}}552$. Ratio elementi petitur ex Propositione 4. libri 2. Euclid quoniam quadrata partium, vna cum eo quod ex vna parte bis fit, in alteram partem, æqualia sunt ei, qui fit ex uumero in se ducto.

Item. $\sqrt{\mathfrak{z}}(10 + \sqrt{\mathfrak{z}}36) + \sqrt{\mathfrak{z}}(10 \div \sqrt{\mathfrak{z}}36)$
$\sqrt{\mathfrak{z}}(10 + \sqrt{\mathfrak{z}}36) + \sqrt{\mathfrak{z}}(10 \div \sqrt{\mathfrak{z}}36)$

$10 + \sqrt{\mathfrak{z}}36 + 10 \div \sqrt{\mathfrak{z}}36$

$\sqrt{\mathfrak{z}}64$

$\sqrt{\mathfrak{z}}64$

$\sqrt{\mathfrak{z}}256$

Ergo summa Multiplicationis est $20 + \sqrt{\mathfrak{z}}256$. id est 36.

4. Si multiplicandus fit numerus Compoſitus ex radice ſimplici & vniuerſali, per numerum diminutum ſimilem, quadratum poſterioris particulæ ſubtrahatur ex quadrato prioris particulæ, & abſoluta eſt Multiplicatio.

Verbi gratia: √ʒ20 ┼ √ʒ(20 ÷ √ʒ5)
√ʒ20 ÷ √ʒ(20 ÷ √ʒ5)

quadratum prioris 2ø ┼ √ʒ0
quadratum poſterioris 2ø ÷ √ʒ5

┼ √ʒ5

5. Par ratio Coſſicorum.

Verbi gratia: ½ ʒ ┼ √ʒ(¼ ʒʒ ÷ 1 ʒ)
½ ʒ ÷ √ʒ(¼ ʒʒ ÷ 1 ʒ)

Patet ex hac formula: quadratum enim portionis poſterioris ¼ ʒʒ ÷ 1ʒ. tollitur ex quadrato prioris puta ¼ ʒʒ ſic: ¼ ʒʒ ┼ 0 ʒ
¼ ʒʒ ÷ 1 ʒ

┼ 1 ʒ

6. Diuiſio radicum Vniuerſalium, eſt diuidendi & diuiſoris, ad quadratum vel Cubum iuxta characterem reductorum diuiſio.

Verbi gratia: diuidatur √ʒ(13 ┼ √ʒ7) per √ʒ5. quadrata ſunt: 13 ┼ √ʒ7. & 5. vnde ſic deſcriptio eſt: 13 ┼ √ʒ7(2 3/5 ┼ √ʒ 7/25.

Item:

Item: Sunto diuidenda per 6.
√ȝ(432+√ȝ7776) quadrata sunt 36. & 432+√ȝ7776. Ergò diuide:
432 +√ȝ7776(quotus est 12+√ȝ6
per ȝ6 per 36. id est, √ȝ1296.

Item: Diuidantur: √c(√c32768+√c13824) per 2 Cubi sunt: √c32768+√c13824). & 8 at quia 8. non est eiusdem denominationis cum diuidendo primò ad eandem reuocabitur vt fiat √c512. & integer quotus est √c(√c64+√c27) id est 7. nam Cubus 64. est 4. & 27. 3. at verò 4. & 3. sunt 7.

Si diuisor vel diuidendus non sit simplex, inueniẽdi sunt alij, proportionales datis per Multiplicationẽ. 7.

Faciendum igitur sicut præcedenti capite, elemento 2. & 3. preceptum à nobis fuit: Verbigratia, esto diuidendus √ȝ15. per √ȝ(3+√ȝ5) vt simplex diuisor reperiatur, ducatur in similem sic:

3+√ȝ5
3−√ȝ5
9 − 5 id est √ȝ4. qui est diuisor simplex & nouus: nunc vt habeatur nouus diuidendus multiplicetur per eundem numerum diminutum sic:

3−√ȝ5.
15
45−√ȝ1125. Ergo proportionales

 datis

datis ſunt √ʒ4. & √ʒ45÷1125. quadrata ſunt 4. & 45÷1125 Si ergò partiamur 45. per 4. fit quotus 11$\frac{1}{4}$ & ſi diuidamus ÷√ʒ 1125. per 4. id eſt, per √ʒ16. quotus eſt ÷√ʒ70$\frac{5}{16}$. Ergo totus quotus eſt √ʒ(11$\frac{1}{4}$÷√ʒ70$\frac{5}{16}$. Simili via inquirendus eſt nouus diuidendus & diuiſor ſi vterque compoſitus fuerit. Verbi gratia: ſit diuidendus √ʒ(4+√ʒ125)per √ʒ(1+√ʒ9)hoc eſt √ʒ8. per √ʒ4. ſiue 3 per 2. vbi quotus eſt 1$\frac{1}{2}$.

De Additione radicum Vniuerſalium, & earundem Subductione.

CAPVT XV.

NVmeratio hæc in varijs fit numeris, puta, in ſimilibus ſiue ijſdem particulis licet ſigna ſint diuerſa, & in diſſimilibus ſiue numeris inæqualibus, qui vel inter ſe ſunt commenſurabiles vel incommenſurabiles, vt exempla docebunt.

1. Additio & Subductio radicum Vniuerſalium Similium eſt radix plani, cuius latera in Additione connectuntur per +, in Subductione per ÷.

Planus ex Multiplicatione naſcitur, & quia

quia iuxta elementum similes radices Vniuersales efferuntur, ideo Multiplicatio instituenda est iuxta elementum 3. capitis præcedentis vbi propositum fuit hoc exemplum: √ȝ(12+√ȝ6) & √ȝ(12÷√ȝ6) hi numeri fuerunt ibidem latera plani, quæ si sint addenda, connectuntur per signum +: si subtrahenda per signum ÷: & planus fuit 24+√ȝ552. Ergo huius radix sic √ȝ(24+√ȝ552) erit totus Additionis: Et √ȝ(24÷√ȝ552) erit reliquus Subductionis. Item: Si addenda sint √ȝ(2+√ȝ3) ad √ȝ(2÷√ȝ3) connectantur sic: √ȝ(2+√ȝ3)+√ȝ(2÷√ȝ3) hinc instituatur Multiplicatio:

√ȝ(2+√ȝ3)+√ȝ(2÷√ȝ3)
√ȝ(2+√ȝ3)+√ȝ(2÷√ȝ3)
2+√ȝ3 + 2÷√ȝ3
√ȝ1
√ȝ1
√ȝ4

productus est: 4+√ȝ4. Ergo huius radix est totus sic: √ȝ(4+√ȝ4).

Item: Subtrahantur √ȝ(8÷√ȝ32) ex √ȝ(8+√ȝ32) certum est residuum esse √ȝ(8÷√ȝ32)÷√ȝ(8+√ȝ32.) Scribatur ergo hoc residuum bis:

√ȝ(8÷√ȝ32)÷√ȝ(8+√ȝ32)
√ȝ(8÷√ȝ32)÷√ȝ(8+√ȝ32)

quadrata partiũ sunt: 8÷√ȝ32÷8+√ȝ32

Addi-

Additio: Multiplicatio partium:

8 ÷√ʒ32		8+√ʒ32
8 +√ʒ32		8÷√ʒ32
16	÷√ʒ2048 ÷√ʒ32	
	64+√ʒ2048	
	√ʒ64 ÷ √ʒ32.	

Nunc subſtrahe √ʒ32. à √ʒ64. relinquitur √ʒ32: hic dupletur, quippe multiplicatio partium debet eſſe duplex: vnde productum ſiue planus multiplicationis eſt 16÷√ʒ128. Huius plani radix eſt reliquus Subductionis ſic: √ʒ16÷√ʒ128.

2. Similiter fit ſimiliumradicum additio, ſi in alterutra radice particulæ poſterioris quadratum, dematur ex quadrato particulæ prioris, & reſidui radix addatur ad priorem particulam, ſummaq; hæc per binarium multiplicetur.

Verbi gratia: √ʒ(10+√ʒ36) & √ʒ (10÷√ʒ36) dempto quadrato 36 poſterioris particulæ, ex quadrato 100. prioris, reſtant 64. huius ergò radix √ʒ64. addatur ad 10 priorem particulam ſic: 10+√ʒ64. Summa dupletur & totus additionis eſt 20+√ʒ256.

3. Si radices ſint diuerſæ & numerus ex vna radice in aliam bis multiplica-

plicata productus, reducatur ad simplicem numerum vel Compositum duarum particularum, Additio fiet & Substractio, si duplum radicis plani quadratorum ad summam quadratorum per + adijciatur, vel ab eadem per ÷ detrahatur.

Vnde patet quod datæ radices primò redigendæ sint ad quadrata: dein horum multiplicatio instituenda: planus siue productum multiplicationis examinandum, & hinc eruenda radix: quomodo autem id debet fieri, postea docebitur in Extractione Radicum: dati quadrati sunt coniungendi: ad totum vel à toto adijciendum, vel subducendum duplum Radicis quæsitæ. Verbi gratia: √ʒ(12 + √ʒ3) & √ʒ(12 + √ʒ108).

quadrata sunt: 12 + √ʒ 3
12 + √ʒ 108

+ √ʒ432 + √ʒ324 id est 18
24 + √ʒ432

Quadratorum planus √ʒ42 + √ʒ1728.
Radix plani: √ʒ24 + √ʒ18.
Duplum radicis est: √ʒ96 + √ʒ72.

Adduntur ergò numeri dati sic: 14 + √ʒ147 + √ʒ96 + √ʒ72. Subtrahuntur sic: 14 + √ʒ147 ÷ √ʒ96 ÷ √ʒ72. Nam summa quadratorum est: 14 + √ʒ147.

quia

quia 12.& 2.ſunt 14. & √ȝ108. & √ȝ3. ſint commenſurabiles.

4 At Additio fit per +, & Subductio per ÷, ſi numerus multiplicatione ad ſimplicem vel compoſitum duarum particularum non reuocetur.

5. At ſi datæ radices inæquales,ſint commenſurabiles, datis reuocatis ad proportionales ſimplices idque multiplicatione, Additio & Subductio fit vt Simplicium.

Verbi gratia: addantur √ȝ(2 + √ȝ3) & √ȝ(8 + √ȝ48.) quæratur ergo iuxta elementum 2.cap.13.ſimplex proportionalis hoc pacto:

2 + √ȝ3	2 ÷ √ȝ 3
2 ÷ √ȝ3	8 + √ȝ48
÷ √ȝ12 ÷ 3	+ √ȝ192 ÷ √ȝ144.
4 + √ȝ12	÷ √ȝ192 (id eſt:12.
	16

planus ſimplex √ȝ.id eſt 16 ÷ 12 id eſt √ȝ4. id eſt,2.iam 2.& 1.faciunt 3.cuius quadratus eſt 9. hic iam multiplicetur, non per ſimplicem diuiſorem, ſed compoſitum, puta: 2 + √ȝ3

9.id eſt,81.

√ȝ18 + √ȝ243. totus datorum.

Vnde

Vnde si dati subducantur reliquus Subductionis est √ʒ(2 + √ʒ3). Item: √ʒ(√ʒ6 ÷ √ʒ2) addantur ad √ʒ(√ʒ96 ÷ √ʒ32. Reducatur ergo primò: √ʒ(√ʒ6 ÷ √ʒ2.) ad simplicem sic:

√ʒ6 ÷ √ʒ2
√ʒ6 + √ʒ2

+ √ʒ12 ÷ 2
6 ÷ √ʒ12

6 ÷ 2 id est, √ʒ4. Similiter reuocetur √ʒ(√ʒ96 ÷ √ʒ32) ad simplicem proportionalem hoc modo:

√ʒ96 ÷ √ʒ32
√ʒ 6 + √ʒ 2

÷ √ʒ192 ÷ √ʒ64. id est, 8.
√ʒ575 + √ʒ 92

√ʒ576 id est, 24 ÷ 8 id est 16. Ergo proportionales sunt √ʒ16. & √ʒ4. quorum quoti sunt per communem diuisorem √ʒ1. & √ʒ4. id est, 1. & 2. additi faciunt 3. cuius quadratus est 9. hic iam multiplicetur per datum antea diuisorem sic:

√ʒ6 ÷ √ʒ2
9. id est, √ʒ81.

√ʒ(√ʒ486 ÷ √ʒ162. totus additionis.

Idem expeditur per auream Regulam hoc modo: vt 1. minor radix quoti ad 3. totum radicum, sic minor datorum ad quartum.

1 —— 3 —— √ȝ(√ȝ6 ∸ √ȝ2? Sed quia Vniuersales radices non multiplicantur nisi prius reuocentur ad quadrata sic: 3. debet primò quadrari & fit 9. & alter quoque sic: √ȝ6 ∸ √ȝ2. nunc verò quia 9. non est homogeneus, denuò quadrandus est: vnde quartus inuenietur velut ante, puta, √ȝ(√ȝ486 ∸ √ȝ162.

De Regula Algebraica.

CAPVT XVI.

ABsoluimus Deo duce numerationem Cossicam siue Algebraicam, satis difficilem, laboriosam, multisque nodis perplexam, & accedimus ad ipsam Regulam Algebræ, quæ totius artis mysterium est, Arithmeticæ Princeps, cuius beneficio Ænigmata obscura enodantur, problemata soluuntur, quæ vel nunquam, vel difficili labore atque molestijs vulgaris Arithmetica expedit.

Regula Algebræ.

Pro numero incognito in quæstione ponatur radix vna, hoc modo: 1℞. (possunt etiam in terdum plures radices poni, hoc modo: 2℞.

22ϱ. vel 32ϱ. vel alius quidam numerus pro commoditate quæstionis propositæ) quæ iuxta quæstionis tenorem examinetur, donec æquatio aliqua inueniatur : hæc reducatur, si reductione opus fuerit: Deinde per numerum characteris Cossici maioris diuidatur reliquus æquationis numerus: Quotus enim vel numerus quæsitus, pretium scilicet radicis in principio positæ, vel certè radix aliqua quoti numerum quæsitum manifestabit. Ostendit verò diuisor per characterem suum, quando radix ex quoto, & quæ sit extrahenda.

Sicut totum distinctè non intelligitur ante cognitionem perfectam partium, sic tota hęc regula, nō intelligetur ante partium quibus cōstat, accuratā explicationē. Oportet enim primò cognoscere, quid æquatio sit? & quomodo reducatur? quid Diuisio? quid Extractio radicis? & quotuplex existat? antequam Regula posita intelligitur. In quibus explicandis reliquum doctrinæ Arithmeticæ occupatur. Partes igitur huius regulæ sunt duplices quædam necessariæ, sine quibus nullum

ænigma vel problema poteſt ſolui, quales ſunt Æquatio & Diuiſio, quæ in omni opere Algebraico reperiuntur: quædam non neceſſariæ, ſine quibus licet multa problemata, multæ quæſtiones expediantur, tamen non quævis ænigmata ſine earum auxilio explicantur, & in lucem proferuntur: ſunt verò huiuſmodi partes, Reductio Æquationis & Extractio Radicis, de quibus ſigillatim agendum eſt.

1. Æquatio hic eſt proportio æqualitaris inter duas quantitates, ſiue res variè denominatas.

Ergò non eſt æquatio inter 4ze. & 4ze. quia eſt identitas, vel res eiuſdem nominis: non eſt æqualitas inter 5. & 6. quia prorſus differunt. At in hoc problemate, puta inuenire numerum à quo ablatis ipſius $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ reliquus ſit 7. æquatio eſt inter $\frac{1}{6}$ze. & 7. quia ponatur numerus quæſitus eſſe 1ze. huius dimidium eſt $\frac{1}{2}$ze. & tertia pars $\frac{1}{3}$ze. quæ partes additæ faciunt $\frac{5}{6}$ze. detrahantur ergò ex 1ze. id eſt, $\frac{6}{6}$ze. reliquus eſt $\frac{1}{6}$ze. æquivalet 7. vnde vides, quod hæc æquatio ſit quædam æquiualentia: Si nunc 7. diuidatur per $\frac{1}{6}$ oritur quotus 42. numerus quæſitus: vbi quoque vides exemplum manifeſtum Regulæ Algebraicæ. Huius æqua-

quationis est duplex proprietas, prima est:

Si sit æquatio inuenta identica, quæstio proposita per quemuis numerum soluitur. 2.

Verbi gratia: Si reperiatur æquatio inter 100. & 100. vel 4ⳅ. & 4ⳅ. & similibus vt docuit Euclides. Esto problema: diuidatur numerus 10. in tales duas partes, vt producti ex toto numero 10. in ipsas partes sint simul æquales quadrato totius numeri, Ergò ponatur vna pars esse 1ⳅ. ideoque altera erit 10 ÷ 1ⳅ. Ex toto numero 10. in 1ⳅ. fit 10ⳅ. & ex 10 in 10 ÷ 1ⳅ. fit 100 ÷ 10ⳅ. Et quoniam 100 ÷ 10ⳅ cum 10ⳅ. faciunt totum 100. & quadratus 10. similiter faciat 100. hinc æquatio erit inter 100. & 100. quare quæstio soluitur per quemcunque numerum in quascunque duas partes diuisimus, vt experienti patet. Quare vbicunque æquatio inuenitur inter duos numeros Cossicos æquales, eiusdemque denominationis, quæstio proposita per quemuis numerum soluitur, vnde & *Nugatoria* appellatur. Secunda proprietas est: *Lib. 2. propos 2.*

Si æquatio inuenta sit impossibilis, quæstio proposita solui nequit. 3.

Ita impossibilis est æquatio inter 9ʒ. & 5ʒ. Item 1ʒ. & 12zȝ÷40. quia in extractione quadratæ radicis 40. nequit subduci à 36. quadrato senarij, qui est dimidium numeri radicum : & propter eandem rationem æquatio est impossibilis inter 1ʒ.& 10zȝ÷26. Item ; inter 3zȝ+6. & 2zȝ. Beneficio igitur æquationis cognoscit Arithmeticus an quæstio proposita sit vana ac nugatoria, quæ videlicet omni numero conueniat, vel an solui possit, nec ne, quod magnum huius partis Arithmeticæ priuilegium est. Sequitur altera pars necessaria Regulæ Algebraicæ, puta, Diuisio.

4. Diuisio hic est in qua per numerum maximi characteris Cossici, abiecto charactere, totus reliquus æquationis numerus diuiditur, vnà cum characteribus Cossicis.

Verbi gratia: sit inuenta æquatio inter 7zȝ.& 42. nunc diuidatur 42. per 7. & quotus est 6. Item: data æquatione inter 12ʒ. & 66zȝ+36. Diuisio instituitur 66zȝ+36 per 12.& quotus est $5\frac{6}{11}$zȝ+3. Item : esto æquatio inuenta inter 3ʒcꝭ. & 600cꝭ+10368. hic vltimus diuidatur per 3. abiecto charactere ʒcꝭ. & quotus erit 200cꝭ+3456. vbi vides quod numerus diuidendus (si quos habeat) cum suis characteri-

racteribus sit diuisus. At diuisoris proprietas est duplex, prima est:

Si maior character Cossicus fuerit ℞, numerus quotus numerum quæsitum exhibet, vel quotiescunq; maior character Cossicus sit collateralis characteris, qui reperitur in altera parte æquationis. 5.

Verbi gratia, Esto æquatio inter 5℞. & 30. diuidatur 30. per 5. quotus ostendit pretium radicis, puta 6. Item esto inuenta æquatio inter 5ß. & 30ʒʒ. fiat similiter quotus 6. quippe ß. & ʒʒ. characteres sunt collaterales, vt ipsorum Exponentes indicant, quia 5. & 4. immediatè sequuntur. Secunda diuisoris proprietas est:

Si maximus character Cossicus æquationis, qui solus ex vna parte æquationis statuitur maior sit quàm ℞, & numerus absolutus sit in altera parte, extrahenda est ex quoto radix, quam ipse character significat. 6.

Verbi gratia: 2ʒ. æquet 144 ∸ 12℞. diuide 144 ∸ 12℞. per 2. quotus est, 72 ∸ 6℞. ex quo nunc extrahatur radix quadrata, quia diuisor habet characterem ʒ: si haberet c&, vel ʒʒ, &c. deberet ex quoto extrahi radix cubica vel zensizensica. Sic fuerunt partes necessariæ: sequuntur non

necessariæ, nempe: Reductio æquationis & Extractio radicis ex quoto.

De Reductione Æquationis.

CAPVT XVII.

1. REducere æquationem est datam æquationem sub mutatis terminis illæsam proponere, vt apta sit diuisioni in qua reliquus æquationis numerus per numerum maioris characteris Cossici diuiditur.

Hinc patet quod Arithmeticus æquationem debeat reducere propter ineptitudinem diuisionis, sine qua nequit vlla quæstio expediri, quippe pars Regulæ necessaria est: Reductio similiter non lædit oblatam æquationem magis quam Reductio fractorum numerorum vulgarium destruit oblatam proportionem: Vbi verò reductio facienda sit, & quomodo, sequentia elementa docebunt.

2. Reductione opus est, cum maior character Cossicus, per cuius numerum debet fieri diuisio, vel non solus ponitur in altera parte æquationis, vel

vel idem character in reliqua æquationis parte repetitur.

Verbi gratia, inter his æquationes reductione opus est: 9ze ÷ 12. & 42. Item: 9ze + 12. & 78 ÷ 2ze. Item: 1ʒ ÷ 3ze. & 108, Item: 6ze ÷ 10. & 10ze ÷ 34. Item: inter 54 + 4ze. & 1ʒ ÷ 6ze + 30.

Si vtrique termino æquationis idem commune addatur, aut ab vtroque idem commune subtrahatur, aut certe vterque terminus per eundem numerum multiplicetur aut diuidatur, data æquatio manet sub terminis mutatis. 3.

Hæc est lex reducendi, facto semper initio à numero diminuto, vt is vtrique parti æquationis addatur: vel vt numerus compositus cum signo + ex vtraque æquationis parte subducatur iuxta leges in principio huius tractatus præscriptas. Reducamus æquationes datas: sic 9ze ÷ 12. & 42. reducuntur ad 9ze. & 54. nam si 12. addas ad 9ze ÷ 12. remanet 9ze. & si addas ad 42. totus est 54. Item: 9ze + 12. & 78 ÷ 2ze. reducuntur ad 11ze. & 66. Item: 1ʒ ÷ 3ze. & 108. reducuntur ad 1ʒ. & 3ze + 108. Item: 6ze ÷ 10. & 10ze ÷ 34. reducuntur ad 24. & 4ze. Item: 54 + 4ze. & 1ʒ ÷ 6ze + 30. reducuntur ad 1ʒ. & 10ze + 24.

4. Reductio minutiarum æquationis, fit per multiplicationem numeratorum & nominum alternam, & fit integrorum æquatio, quæ interdum abbreuiatur per numeros, vel characteres, tandemque reducitur.

Verbi gr: Esto inuenta æquatio inter $\frac{3\text{ze}+12}{5}$ & $\frac{36ʒ \div 198\text{ze}}{3\text{ze}}$. hæc reducenda est prius ad integrorum æquationem facta Multiplicatione in modum crucis sic: 9ʒ + 36ze. & 180ʒ ÷ 990ze. abbreuia per characteres sic: 9ze + 36. & 180ze ÷ 990. abbreuia per communem diuisorem maximum 9. orientur 1ze + 4. & 20ze ÷ 110: hos iam reduc, additis 110. ad 20ze ÷ 110. & totus est 20ze. quia signa se mutuo interimunt, & additis 110. ad 1ze + 4. manet æquatio iuxta elementum tertium inter 1ze + 114. 20ze. Sed quia idem character in vtraque æquationis parte reperitur, persistendum erit in reductione vltimæ æquationis: Ergo detracta 1ze. vtrinq; manet æquatio inter 114. & 19ze. quæ iam apta erit diuisioni.

5. Si inter fractionem, & quamcunque aliam rem vt libram vel vnciam, vel horam, vel gradum, vel minutum inuenta sit æquatio, sumenda erit res

hæc

hæc veluti quoddam integrum pro quo ſubſtituenda vnitas erit, alia eidem ſuppoſita, vt fiat fractio.

Verbi gratia: $\frac{928}{186+12ℨ}$ & $\frac{1}{1}$. multiplicatione facta alterna oritur æquatio inter 628 & 186+12ℨ. reductione facta inter 442. & 12ℨ. Quod verò reductio æquationum in fractis ſic rectè vt docuimus fiat, facilè patet, quia cum duæ fractiones ponuntur æquales, erit eadem proportio numeratoris ad ſuum nomen in priore fractione, quæ ſit numeri ad ſuum nomen in poſteriore: vnde ſi fractiones multiplicentur in crucem, puta primus numerus in quartum, & ſecundus in tertium, plani iuxta auream Regulam ſunt æquales.

Reductio æquationis inventæ inter numerum Coſſicum irrationalem, & numerum abſolutum fit per æquationem inter eorum quadrata, vel cubos, ita vt abſolutus numerus ſemper ſit radix ſurdi. 6.

Verbi gratia: ſi detur æquatio inter √ʒ24ℨ. & 12. dabitur quoque æquatio inter 24ℨ. & 144. ipſorum quadrata, & ſi detur æquatio inter √ʒ10ʒ. & 20. erit ſimiliter æquatio inter eorum quadrata 10ʒ. & 400. vnde 12ℨ. valebit √ʒ40. & 10ʒ.

valebunt 10ʒ. & 400. cuius radix est 20. Item: si detur æquatio inter √c𝒬125. & 30. erit æquatio inter ipsorum Cubos 125. & 27000. vnde vnius radicis valor est 2250. ac propterea 125. valebunt 27000. cuius radix est Cubica 30. quare semper absolutus numerus debet esse radix numeri, qui gerit signum radicale, alioquin impossibilis est æquatio vt inter √c𝒬8. & 3. erit æquatio inter 8 & 27. quod est impossibile: at vera æquatio reperitur inter √c𝒬8. & 2. Item: inter √c𝒬64 & 4. Item: inter √ʒ81. & 9 &c. Sequitur Extractio radicis quadratæ, biquadratæ, triquadratæ, cubicæ, cubicubicæ, zensicubicæ, alijsque similibus.

De Extractione radicum & primo quadratæ ex numeris absolutis tam integris quam fractis.

CAPVT XVIII.

EXtractio radicis est inuentio
1. numeri ex numero dato, qui multiplicatione aliqua in se numerum propositum producat.

Et

Et quia vnusquisque numerus Figuratus per Multiplicationem componitur, ita per diuisionem sine lateris cuiusdam cognitione dissoluitur, atque hæc Diuisio veluti capite quinto libri primi nostræ Arithmeticæ admonuimus, Extractio radicis dicitur. Inuenitur enim numerus, qui bis, ter, quater, quinquies, &c. positus Multiplicatione datum efficit, puta quadratum, Cubicum, biquadratum, surdesolidum, &c. veluti idipsum initio Algebraicæ doctrinæ explicuimus. Extractio autem radicis pro varietate subiecti variat, & pro ratione speciei. Numerus enim ex quo fit Extractio, siue qui in principia sua dissoluitur, vel est absolutus, isque vel integer vel fractus, vel Cossicus siue Denominatus, Simplex vel Compositus, rationalis vel irrationalis, vnde mirabiliter extractio variat. Item: pro specie Figurati, variat species Extractionis: alia enim est Extractio radicis quadratæ, alia Cubicæ, alia Surdesolidæ, &c. Dicamus igitur prius de absolutorum numerorum Extractione radicum, vbi obseruanda est signatio figurarum per puncta, quæ incipit à dextris: in Extractione radicis quadratę signantur omnes notæ in locis imparibus, vt numerus liber fit à pũcto qui parem locum occupat: in Extractione

Cubica

Cubica duæ omittuntur figuræ: in zenſizenſica tres: in ſurdeſolido quatuor & ſic deinceps veluti figura demonſtrat, quippe inter duas quadratas cadit vnus medius, inter duos cubos cadunt duo medij, & ſic de cæteris:

pro quadrata.	pro zenſizenſica.
6 2 5	68719476 36
pro cubica.	pro ſurdeſolida.
1 7 2 8	68719476736

Fundamentum verò extractionis radicis quadratæ è numeris abſolutis petitur ex propoſitione Euclid. lib. 4. quæ ſic habet:

2. Si numerus diuidatur vtcunque quadratus qui fit ex toto, æqualis eſt quadratis qui fiunt ex partibus, & ei, qui ex ipſis partibus producitur, bis ſumpto.

Diuidatur numerus 25. in duas partes 20. & 5. dico quadratum 625. qui fit ex toto numero 25. eſſe æqualem duobus quadratis. qui fiunt ex partibus 20. & 4. nempe 400. & 25 & inſuper numero producto ex multiplicatione partium, ſed bis ſumpto, puta his duobus centenarijs: quare ad inquirendam radicem notetur ſequens practicum elementum:

3. Sumatur proximè minor radix nume-

numeri vergentis ad siniſtram, quæ notata pro quoto ducatur in ſemetipſam, & hinc factus quadratus ſubducatur à numero ad ſiniſtram: dein quotus prior dupletur: duplatus fiat diuiſor, & quoties ſuperiore cõtineatur, id tum priori quoto adnotetur, tum numero duplo prioris quoti: tandem vltimus quotus ducatur in duplum cum adiuncto quoto, & planus à datis ſubſtrahatur. Quod ſi figura vel figuræ punctuatæ ſuperſint, integrum quotum dupla, & diuide, & multiplica, & ſubduc, vt prius.

Exemplum.

77841(

Hic vides tres figuras locis imparibus punctuatas ac proinde cogita tot notas futuras radicis inueſtigandæ, puta, tres. Minor itaque radix 7 eſt 2. quia bis bina ſunt quaterna quæ ſubducantur à 7. reſtant 3. vnde ſic eſt diagramma:

3
~~7~~7841 (2
4

Hic ergo quotus, puta 2. dupletur: cuius duplum nempe 4. fit diuiſor & ponitur ſub ſecundo ſeptenario & quæritur quoties in ſuperiore contineatur, & inuenimus

nimus quod ſepties contineatur, vnde 7. adnotatur priori quoto, & duplo prioris quoti & 7. ducitur in duplum cum adiuncto quoto & planus 329. à 378. ſubducitur: ſic eſt deſcriptio:

349
77841 (27.
47
329

Sed quia adhuc vna figura punctuata ſupereſt, repetẽdus labor eſt, & integer quotus puta 27. duplandus eſt: & duplum conſtituendum eſt pro diuiſore, & diuidendum, & multiplicandum, & ſubducendum eſt, vt prius, verbi gratia:

49
77841 (279.
549
4941

Quare dati numeri 77841. inuenta radix quadrata eſt 279. Nam quia ex definitione Quadratus eſt planus duorum laterum æqualium ſequitur ſe 279. ſic vera radix quadrata inuenta, quod illa bis poſita reddat per Multiplicationem datum numerum 77841. verbi gr.

279
279
2511
1953
558
77841

Si verò ex vltima operatione dati alicuius numeri aliquid ſuperſit, numerus propoſitus nõ fuit quadratus, & ſuperfluum ponitur ſuper radice quadrata. Vt tamen ſine numeratione Arithmetico cõſtet, an oblatus numerus ſit exactè quadratus, id ex ſignis ſequentibus conſtabit.

Numeri

I.

Numeri quorum digitus est 2. vel 3. vel 7. vel 8. non sunt quadrati.

II.

Item, nec ij quorum digitus est 1. vel 4. vel 9. nisi hos antecedat figura par vel circulus: vnde non sunt quadrati: 4571. Item: 4379. Item: 6934.

III.

Nec sunt quadrati nisi vltimum 5. antecesserit figura 2. cum alia figura pari vel cum circulo: vel nisi vltimum 6 præcedat figura impar, verbi gratia: 125. vel 5746. proinde hi non sunt quadrati.

IV.

Si circulus fuerit vltimus sub impari numero, datus non erit quadratus; vnde non sunt quadrati: 460. item: 678000. Item, 91010.

V.

Si reiectis nouenarijs è numero dato non superfit aliqua harum figurarum 1. 4. 7. 0. datus non est quadratus.

Radix cuiusque generis ex datis fractionibus extrahitur, si reductarũ ad minimos terminos tam numerator, quam denominator habeat desideratam radicem. 4.

Vnde primo datas minutias reuocabit per communem diuisorem maximum ad

mini-

minimos terminos proportionales: quod si tunc tam numerator quam denominator habeat radicem desideratam, poterit secundum leges extrahi, Verbigratia: si quadrata radix extrahenda sit, faciat iuxta elementum præscriptum, si cubica, biquadrata, surdesolida poterit agere secundum doctrinam sequentem: quare $\frac{20}{45}$ habet radicem quadratam, quia ipsius fractionis proportionales minimi, puta, $\frac{4}{9}$. habent radicem desideratam, quia quadrata radix 4. est 2. & 9. est 3.

De Extractione radicis Cubicæ è numeris absolutis.

CAPVT XIX.

1. QVære radicem Cubicam numeri vltimi ad sinistram, vel proxime minorem: cubum subduc à numero vltimo: tripla quotum: & triplum pone sub figura, quæ proximè sequitur punctum præcedens: multiplica quotum in triplum, & planum notabis sinistrorsum vno loco semotius à triplo, quod suum nomen retinet, sicut hic planus Diuisor

uiſor appellabitur: Dein vide quoties Diuiſor contineatur in ſuperiore,& quotum appone quoto priori, & quotum poſterius inuentum multiplica in Diuiſorem,& planum ſubijce Diuiſori: tunc quotum poſteriorem quadratè multiplica: planum duc in triplum, & productum nota ſub triplo ſeruatis ordinibus: hic vltimum quotum cubicè multiplica,& ſolidum pone ſub vltimo digito punctuato: tandem producta collige,& ſubduc totum à ſuperioribus datis. Si reſtent puncta, vel punctus,repetatur labor. Si quid reliquum eſt non punctuatum, datus numerus non eſt cubus & notabitur ſupra radicem triplatam.

Ex hoc elemento practico patet quam operoſus ac difficilis ſit labor inueſtigandi radicem Cubicam, qui nihilominus minuitur,ſi modus operandi rectè percipiatur. Nititur verò hæc extractio radicis cubicæ hoc fundamento, quod cubus magnus,puta in hoc exemplo 1728. æqualis ſit duobus cubis particularibus, nempe 8. & 1000. & quatuor productis interiectis: Nam diſſoluto quadrato 144. in tres

N partes

partes,in 100.& 40.& 4.& deinde diſſoluta radice quadrata 12.in duas partes 10. & 2.fiunt ſex producta. Deſcriptio ſic eſt:

100.40.4.
10. 2.

8.	cubus primus cuius radix eſt 2.
80	productus cuiusl a tera ſint 40.& 2.
200	productus cuius latera 100.& 2.
40	productus cuius latera 10.& 4.
400	productus cuius latera 10.& 40.
1000	Cubus cuius latus 10.

1728.

Vt tamen diſcipulo Arithmetico facilior ſit operatio,& elementum rectius intelligatur, dabimus exemplum vbi radix cubica eſt trium figurarum. Eſto igitur hic numerus 12977875.vnde radix cubica inueſtiganda ſit : Sic eſt prima deſcriptio:

4
1 2977875(2
8

Quæſiui primò radicem proximam numeri 12. quam ſtatui eſſe 2. quem multiplicaui cubicè,vnde fiunt 8.quę ſubſtracta ex 12. reliquerunt 4. vt vides in Diagrammate. *Altera*

Altera descriptio.

```
 4810
x4977875 ( 23
------------------
   6 triplum
  12 diuisor.
------------------
  36
   54
    27
------------------
  4167
```

Triplaui hic primò quotum 2. vnde fiunt 6. triplum, quod ſcripſi ſub 7. figura quæ proximè ſequitur punctum præcedens, poſtea eundem quotum 2. duxi in triplum, vnde fiunt 12. diuiſor, quem ſcripſi ſemotum à triplo vno loco læuam verſus ſeruatis ordinibus: tum quia vnum in 4. continetur ter, ſcribo 3. in quoto, poſt duco 3. in diuiſorem 12. vnde fiunt 36. notanda ſub diuiſore: tunc multiplico quotum 3. quadratè, vnde fiunt 9. quæ duco in triplum, vnde fiunt 54. ſcribenda ſub triplo: ad extremum multiplico cubicè eundem ternarium, vnde fiunt 27. notanda ſub puncto proximo: tandem addo tria producta, vnde fiunt 4167. quæ ſubducta ex 4977. relinquunt 810. Cæterum quia reſtat vnum punctum, repeto eandem methodum, vt vides in ſequenti Diagrammate:

8 0
1 2 8 7 7 8 7 5 (235.
69 triplum.
1 5 8 7 diuisor.

---

7 9 3 5 tria producta.
1 7 2 5
1 2 5

---

8 1 0 8 7 5

Triplaui totum quotum 23. vnde fiunt 69. quæ ſcribe ſub proxima figura, quæ ſequitur punctum præcedens, nempe ſub 7. Deinde duco 23. in triplum, vnde fiunt 1587. diuiſor, notãdus vno loco ſemotius à triplo, læuam verſus: poſt, quia 1. continetur quinquies in 8. ſcribo 5. iuxta quotum: tum duco 5 in diuiſorem 1587. vnde fiunt 7935. notanda ſub diuiſore ſeruatis ordinibus: poſtea quadro 5. vnde fiunt 25. quæ ducta in triplũ 69. reddunt 1725. ſcribẽda ſub triplo: poſtremò multiplico 5. cubicè, vnde fiunt 125. notanda ſub proximo puncto. Tribus igitur productis additis & eorum ſumma à ſuperioribus ſubducta, conſecuti ſumus radicem cubicam 235.

Examen operationis.

Nam cubus eſt productus Multiplicationis ex tribus lateribus æqualibus: Ergo ſi radix inuenta ſit cubica, ter poſita & multiplicata, reddit oblatum cubum, vt patet in dato exemplo:

235

235	55225
235	235
1175	276125
705	165675
470	110450
55225	12977875

Signa an oblatus ſit cubus.

I.

Si reiectis nouenarijs, non ſuperſit vel 1. vel 8. vel o. non eſt Cubus.

II.

Nec cubus eſt niſi vltimum 2. vel 4. vel 8. antecedat proximè par, vel o. vnde non eſt cubus 34532..

III.

Nullus numerus habens in fine o. vel oo. poteſt eſſe cubus: vnde cubi non ſunt: 100. 1230. 34600.

IIII.

Non eſt cubus ſi claudat 5. niſi proxime figura præcedens ſit vel 2. vel 7. verbi gratia: 361035.

Extractio radicis ʒʒ. vel ʒʒʒ. vel ℭℭ. vel ʒℭ vel ʒβ. cum ſit radicum compoſitarum, Regulam ſimplicium ſequuntur. 2.

Nam qui vult radicem biquadratam extrahere: primò quærat radicem quadratam: deinde ex hac radice eruet iterum

rum radicem quadratam, hæc enim erit radix zenſizenſica quæ quæritur: Sic qui velit radicem zenſicubicam extrahere, extrahat primò radicem quadratam, & ex hac deinde radicem cubicam: vel primò eruat radicem cubicam, & ex hac quadratam, quippe vltima radix erit ea, quam quærit. Idem iudicium eſto de cæteris. Præterimus hic ſurdeſolidi extractionem quam optimè P. Clauius in ſua Practica Geometrica docuit, propterea quod vſus radicis quadratæ & cubicæ quarum inueſtigationem propoſuimus, frequentior ſit apud Mathematicos. Ergò ſic fuit Extractio radicum è numeris abſolutis, ſequitur Extractio è Coſſicis, qui vel ſunt ſimplices, vel compoſiti & diminuti, de quibus proximè eſt agendum.

2. In numeris non quadratis, non cubis, non biquadratis, non ſurdeſolidis, &c. radicem, veræ propinquam inuenire.

Omnis numerus Figuratus ſiue Geometricus æquilaterus eſt, ſi latus explicari poſſit: vnuſquiſque enim definitur ex vno latere aliquoties ſumpto: Sic quadratus oritur ex latere bis ſumpto: Cubus eſt ſolidus ex latere ter ſumpto: biquadratus naſcitur ex latere quater poſito, &c. quando autem latus exactum haberi

beri nequit, ars excogitauit modum inuestigandi radicem proximam:eum verò sequens elementum complectitur.

3. Appositis ad numerum non exacte Figuratum, aliquot binarijs, vel ternarijs, vel quaternarijs, vel quinarijs circulorum, prout Exponens radicis inquirendæ monstrat, ex eo iuxta præcedētem doctrinam inuestigabitur radix, à qua ad dexteram tot figuræ abijcientur, quot zifratū binarij vel ternarij, vel quaternarij, &c. fuerint adiecti: vnde reliquæ notæ dabunt radicem integram cui additur fractio cuius numeratio est numerus notarum abiectarum, denominator verò vnitas cum totidem circulis, quot binarij, vel ternarij, &c. additi fuere.

Characteres radicum sunt ʒ. ʒʒ. ß. ¢. quorum Exponentes sunt 2.4.5.3. Ad extractionem igitur radicis quadratæ, requirantur aliquot binarij circulorum, ad biquadratæ aliquot quaternarij, ad Surdesolidæ aliquot quinarij, ad cubicæ aliquot ternarij. Sed tota res melius exemplo percipietur. Ex numero 29: Extrahatur radix quadrata, ideoque

appoſitis tribus binarijs circulorum hoc modo: 29000000: hinc ſi nunc agatur iuxta elementum 3. capit. 18 noſtræ Algebræ, orietur radix quadrata 5385. minor quam vera, quippe extractio non fuit exacta, ſed aliquid remanſit: quare ſi radici extractæ adieceris Vnitatem, fiat radix 5389. maior quam vera. Nunc iuxta propoſitum elementum auferantur à dextra tot notæ, quot fuerint appoſiti duerniones circulorum: & quia fuerunt tres, abijciãtur ab hac radice inuẽta 5385 tres figuræ facto initio dextris ſic: $5\frac{385}{}$. vnde notæ abiectæ faciunt numeratorẽ: ſicut Denominatorem conſtituunt Vnitas cum tot circulis, quot quoque appoſiti fuerint binarij Zifrarum. Ergò minor verò erit: $5\frac{385}{1000}$. & radix maior vera $5\frac{386}{1000}$. quod patet ex quadratis radicum: Nam minoris quadratus eſt: $28\frac{998225}{1000000}$. maioris verò $29\frac{8996}{1000000}$ Vbi vides quod quadratus minoris ſit propoſito numero 29. minor: & quadratus maioris, ſit eodem dato maior. Simili ratione agendum eſt cum reliquis, prout elementum docet. Cauſa eſt Elementi, quod quadratus ad quadratum duplicatam habet rationem lateris ad latus, ſicut cubus habet proportionem ſuarum radicum triplicatam. In dato etenim quadrati ſunt 29000000. & 1000000. quorum radices ſunt 5385. & 1000 ὡς ἔγγιστα. Ergo

$\frac{1}{1000}$. $\frac{1}{1000}$. facit $\frac{1}{1000000}$. Sic proportio 2900000 ad 29. eſt duplicata proportionis 5385. ad 1. Vnde nunc data ratione & vno numero, dabitur alter numerus per Regulam auream. Hic datur ratio 1000. ad 1. & vnus numerus 5375. Ergo dabitur alter numerus, puta, $\frac{5385}{1000}$ id eſt $5\frac{385}{1000}$.

In fractionibus, vbi termini ad minimos proportionales fuerint re- 5.
uocati, radix propinqua tam numeratoris, quam Denominatoris inueſtigata, illa per hanc diuidatur, quotus erit radix propinqua fractionis.

In inueſtiganda radice propinqua numeratoris & Denominatoris agendum prorſus eſt iuxta præcedens elementum. Verbi gratia: eſto data minutia $\frac{6}{7}$. cuius radix quadrata inquiretur. Appone tres binarios circulorum ad 6000000. vnde radix eſt 2449 Item appone totidem binarios zifrarum ad Denominatorem ſic: 7000000. hinc radix eſt 2645. per quam ſi Numeratoris diuidatur, quotus puta, $\frac{2449}{2645}$. erit radix propinqua datæ fractionis $\frac{6}{7}$ idem iudicium eſt de Cubicis, zenſizenſicis, alijsque radicibus, iuxta elementi quarti tenorem. Cæterum quia moleſtum eſt inquirere duas radices propinquas, artifices pro radice quadrata excogitarunt hunc ſequentem modum.

6\. Numerator fractionis in Denominatorem ducatur, & per plani inuentam radicem propinquam, diuidatur Numerator, vel per Denominatorem inuenta radix, & quotus erit radix fractionis propositæ.

Esto radix quadrata inuenienda huius fractionis $\frac{3}{16}$. Planus terminorum est 48. cuius radix propinqua est $6\frac{12}{13}$. id est, $\frac{90}{13}$. per eam diuidatur Numerator 3. & quotus est $\frac{39}{90}$. id est, $\frac{13}{30}$. radix fractionis $\frac{3}{16}$ maior quam vera: At si radicem inuentam puta, $\frac{90}{13}$. partiamur per Denominatorem 16. oritur $\frac{90}{208}$. id est, $\frac{45}{104}$. radix minor quàm vera. Vnde hic notandum est, quod radix plani inuenta ex terminis fractionis & propinqua vel sit minor vera, vel maior: Si minor fuerit vera, per diuisionem, in qua Numerator fractionis est, Diuidendus, reperietur radix vero maior, quia numerus minor vero est Diuisor: at per Diuisionem in qua, Radix Plani inuenta est Diuidendus, reperietur radix vero minor, propterea quod numerus vero minor diuiditur. Contrarium eueniet, si radix plani propinqua erit maior quam vera. Pro radice cubica tale est elementum.

7\. Duc numeratorem in quadratum

Deno-

Denominatoris : & producti radicem cubicam propinquam diuide per Denominatorem : vel duc Denominatorem in quadratum Numeratoris , & per numeri producti radicem cubicam propinquam diuide Numeratorem,& vtriusque diuisionis quotus erit radix propinqua cubica datæ fractionis.

Verbi gratia $\frac{5}{7}$.duc 5.in 49.oritur 245. cuius radix cubica propinqua est $6\frac{25}{100}$ (inuenta est per duos ternarios circulorum) diuisa per 7.oritur $\frac{625}{700}$.id est.$\frac{25}{28}$ Item duc 7. in 25. fit numerus 157. (appositis 000000) per cuius radicem cubicam $5\frac{59}{100}$.si diuidatur 5.quotus est $\frac{500}{559}$.

De Extractione radicum è numeris Cossicis.

CAPVT XX.

EXtractio radicis ex Numero 1.
Cossico simplici fit, si sumatur proposita radix illius numeri, relicto charactere Cossico, ac si absolutus esset:& exponẽs characteris eiusdẽ numeri,diuiditur per Exponentẽ cha-

characteris à quo radix extrahenda denominatur, & quotus eſt exponens characteris à quo radix quæſita denominabitur.

Verbi gratia: inueniatur radix ʒ. huius numeri 144ʒ. quæ eſt eſt 12 ze. Item. radix quadrata huius 144ʒcꝭ. exiſtit 12cꝭ. Item: 24ʒʒ. huius radix quadrata eſt 5ʒ. Item: 16ʒʒʒ. radix huius zenſizenſica eſt 2ʒ. &c,

2. Si vel numerus non habeat radicem quæ inquiritur, vel ex diuiſione Exponentium non producatur numerus exponens integer, carebit numerus Coſſicus datus, illa radice quæ deſideratur.

Verbi gratia: numerus 25cꝭ. non habet radicem quadratam propter fractionem exponentium, quia exponens cꝭ. eſt 3. & exponens ʒ. eſt 2. at 3. diuiſus per 2. relinquit quotum fractum puta, $1\frac{1}{2}$.

3. Extractio radicum ex numeris Coſſicis compoſitis & diminutis, tunc ſolum fit, quando tres Coſſici æquationis habent Exponentes Arithmeticè proportionales, qui quoque abbreuiandi ſunt per ſubſtractionem minimi numeri exponen-

tis,

tis, quando ſunt maiores quam circulus.

Verbi gratia:

1ʒ 6ꝝ + 72.	Exponentes ſunt 2.1.0.
1ʒ 72 ÷ 6ꝝ.	Exponentes ſunt 2.0.1.
1ʒʒ 1 8ʒ + 64 8.	Exponentes ſunt 4 2.0.
1ʒℭ 200ℭ + 3456.	Exponentes ſunt 6.3.0.

Duo ſequentes debent abbreuiari:

1Cβ.200ʒʒʒ + 3456β.	Exponen-	11.8.5.
1ʒβ.200ʒℭ + 14336ʒ.	tes ſunt,	10.6.2.

Abbreuiantur ſic:

1ʒℭ. 200ℭ + 3456	Exponen-	6.3.0.
1ʒʒʒ. 200ʒʒ + 14336.	tes ſunt,	8.4.0.

Si datorum exponentes non ſeruant eundem exceſſum, vt 3.2.0. nondum eſt inuenta ars, huiuſmodi radices eruendi. Extractio radicis ʒ. ex numeris compoſitis & diminutis eſt hæc.

Sume dimidium numeri radicum: Ad huius dimidij quadratum adde, vel ab eodem ſubſtrahe numerum abſolutum, prout ſigno + vel ÷ fuerit affectus: ad huius ſummæ, vel relicti radicem quadratam adde, vel ab eadem ſubſtrahe dimidium nu- 4.
[illegible] radicum, prout radicum numerus ſigno + vel ÷ fuerit notatus: Vltima hæc ſumma, vel reſi-
duum,

duum dabit æstimationem & pretium vnius radicis quadratæ.

Extractionis alius modus:

Ex Petro Nonio qui commodior est, si radicum numerus est impar vel fractus, quippe tunc dimidium semper debet esse numerus fractus:

5. Ad quadratum numeri radicum adde vel subſtrahe ab eodem quadruplum numeri absoluti, prout signo + vel ÷ affectus est numerus absolutus: ad huius summæ, vel relicti radicem quadratam adde, vel ab eadem subſtrahe numerum radicum, prout radicum numerus signo + vel ÷ fuerit notatus: vltima hæc summa vel relictum dabit pretium duplicatæ radicis, vnde dimidium erit valor vnius.

Exemplum prioris.

Esto æquatio inter 1ʒ. & 72 ÷ 6℞. Semissis numeri radicis est 3. ad huius quadratum 9. adde numerum absolutum 72. vnde fiunt 81. ab huius summæ radice quadrata 9. aufer 3 dimidium numeri radicis quia habet signum ÷ & residuum 6. erit pretium vnius radicis, quia sexies sena

na sunt 36.& tantundem valet datus, 72 ∸ 6 ℨ.

Exemplum posterioris.

1872 ∸ 6 ℨ. quadratam numeri radicum est 36.& quadruplum numeri absoluti est, 288 adde hos duos numeros & totus est 324. cuius radix quadrata est, 18. à qua si auferatur propter signum ∸ numerus radicum puta, 6. reliquus 12. erit duplicatæ radicis pretium, ergò dimidium 6. valor est vnius radicis.

Numerus Cossicus diminutus, quando numerus absolutus gerit signum ∸ habet duplicem radicem maiorem & minorem (nisi numerus æqualis sit quadrato dimidij numeri radicum) quæ æquationi satisfacit: quamuis non semper vtraque radix datum problema soluit; sed altera tantum. 6.

Vnde si examen institutum per alteram radicum non respondet ænigmati, assumenda est altera radix. Ita hic diminutus 18 ℨ ∸ 72. duplicem habet radicem maiorem & minorem: at 12 ℨ ∸ 36. vnicam habet maiorem, quia licet numerus absolutus 36. gerat signum ∸ nihilominus vnicam habet radicem maiorem,

quip-

quippe absolutus numerus 36. æqualis est quadrato dimidij numeri radicum: Nam 6. est dimidium 12. & quadratum senarij est 36. Maioris radicis inuestigationem clementis præcedentibus exposuimus: Minor verò radix ita quæritur.

7. Sume dimidium numeri radicum: ab huius dimidij quadrato subtrahe numerum absolutum: radix quadrata relicti subtrahitur è dimidio numeri radicum, & reliquus est minor radix.

Esto exemplum 18℞ ÷ 72. dimidium numeri radicum est 9. huius quadratum est 81. hinc subduc numerum absolutum 72. & reliquus est 9. huius radix quadrata est 3 qui detractus ex 9 dimidio numeri radicum, qui est 18. relinquit 6. quare minor radix dati est 6. At 3. radix quadrata addatur ad 9. dimidium numeri radicum propter signum + radix erit 12. puta maior: atque sic tantum differt inquisitio maioris radicis à minore.

De Extractione radicis ʒʒ. ʒ℞. ʒß. & è radicibus secundis Binomijs & Apotomis.

CAPVT XXI.

1. EXtractio radicis ʒʒ. ʒ℞. ʒß. &c. in

in quibus maior character ſemper componitur ex ʒ. & alio charactere Coſſico, ſi abbreuiatis characteribus Exponentes ſunt Arithmeticè proportionales, illa fit primò per Extractionem radicis quadratæ, iuxta modum præſcriptum omnia accommodando ea, quæ de numero radicum dicta ſunt, illi numero, qui affectus eſt charactere Coſſico, in illa parte æquationis, ex qua radix eruenda eſt. Deinde ex hac radice quadrata inuenta, elicienda eſt alia radix iuxta reliquam partem characteris Coſſici maioris, qui ſimiliter in ea parte æquationis cernitur, in qua duo numeri reperiuntur.

Videndum igitur eſt, vt numerorum Exponentes ſeruent eundem exceſſum, quia alias ars nondum inuenta eſt radices eruendi è numeris Coſſicis, quorum Exponentes non ſunt Arithmeticè proportionales, & vbi æquationes ſunt, in quibus plures numeri Coſſici quàm duo æquantur vni numero Coſſico: verbi gratia, inter 1ꝗ + 63ʒʒ + 72ℒ. & 34. quæ rarò vſum habent. Exemplum Extractionis ʒʒ. Eſto æquatio data inter 1ʒʒ. & 18ʒ + 648.

O hinc

hinc eruatur radix zenzenſica: Primò quæratur radix quadrata ſic: Semiſſis numeri radicum eſt 9. cuius quadratum eſt 81. huic adde numerum abſolutum 648. & totus erit 729. cuius radix quadrata eſt 27. cui adde ſemiſſem radicum 9. & fit 36. radix quadrata inuenta: hinc iam elicitur adhuc ſemel radix quadrata, puta 6. quæ dati zenſizenſica eſt. Item: dematur radix cubizenſica ex 5120 ÷ 16 C. quæratur primò ſimiliter radix quadrata: Ex hac tandem cubica: quadratum dimidij numeri radicum eſt 64. cui adde numerum abſolutum, & totus eſt 5184. huius radix quadrata eſt 72. hinc tollantur 8. dimidium numeri radicum & reliquus eſt 64. radix quadrata inueſtigata: hinc iam radix cubica erit eruenda, quæ eſt 4. Nam quaternio in ſe ter multiplicata facit 64. Ergo per definitionem quaternio eſt radix cubica 64.

2. Extractio radicum ſecundarum ita ſe habet, vt quæſitæ radici è numero (ſi quam habeat) litera ſecundæ radicis apponatur, reiecto charactere Coſſico.

Verbi gratia: radix quadrata numeri 25 A ʒ. eſt 5 A. Item radix cubica 27 A C. eſt 3 A. &c.

Quando

Quando numerus non habet talem radicem, vel character Cossicus non est eiusdem appellationis cum radice extrahenda, proponitur toti numero cum litera & charactere, signum radicale. 3.

Verbi gratia: radix cubica numeri 3Aȝ. est √cℓ3Aȝ. Item: radix quadrata 4Acℓ. est √ȝ4Acℓ.

Binomij vel residui radix quæritur, primum tollendo quadratum dimidiati minoris segmenti, à quadrato dimidiati maioris, & reliqui radicem addendo ad dimidium maioris: Radix totius erit segmentum maius quæsiti lateris: Deinde tollendo eundem totum ab eodem maiore segmento propositi quadrati: reliqui radix erit minus segmentum quæsitæ radicis. 4.

Verbi gratia: Esto datus binomius, 23 + √ȝ448. cuius quæritur radix.

Dimidium est	$11\frac{1}{2}$	√ȝ112
quadr.	$132\frac{1}{4}$	112

Iam subducatur 112. à $132\frac{1}{4}$. reliquus est $20\frac{1}{4}$. id est, $\frac{18}{4}$. siue $\frac{9}{2}$. siue $4\frac{1}{2}$.

adde ad $11\frac{5}{2}$. velut dimidium maioris & totus est 16. cuius radix 4. erit segmentum maius quæsitæ radicis: Nunc tolle 16. à 23. à segmento maiore propositi binomij & radix reliqui puta 7. erit segmentum minus: quare quæsita radix erit 4+√ʒ7. Quod autem datus numerus sit vera radix, patet per Multiplicationem, quia radix in se multiplicata producit planum, nempe quadratum initio propositum sic:

4+√ʒ7
4+√ʒ7

+√ʒ112+7
16+√ʒ112

Facit 23+√ʒ448. qui fuit quadratus propositus cuius latus siue radix inquirebatur.

Aliud Exemplum.

√ʒ448+14.
√ʒ112 7
quadr. 112 49

Subductio 49. de 112. & reliquus est 63. radix est √ʒ63. adde ad dimidium maioris √ʒ112. & totus est √ʒ343. hunc tolle à √ʒ448. reliquus est √ʒ7. Ergò radix quæsita √ʒʒ343+√ʒʒ7.

Sic huius quadrati 20+√ʒ300. radix est √ʒ15+√ʒ5.

Item

Item.

72 + √ʒ2880
36 √ʒ 720
1296 720

Reliquus 576. cuius radix 24. addita ad 36. totus fit 60. Ergo √ʒ60. erit segmentum maius & segmentum minus est √ʒ12. Ergo radix quæsita erit, √ʒ60 + √ʒ12.

Probatur. √ʒ60 + √ʒ12
√ʒ60 + √ʒ12

+ √ʒ720 + 12,
60 + √ʒ720

Facit 72 + √ʒ2880

Item.

Esto quadratus propositus cuius radix quæritur √ʒ32 ÷ √ʒ24
Diuid. √ʒ8 √ʒ6
quadr. 8, 6

√ʒ2. cuius radix est √ʒʒ2. adde ad √ʒ8. hinc totus est √ʒ18: quem tolle à maiore segmento √ʒ32. reliquus est, √ʒʒ2. pro minore segmento.

Examen.

√ʒʒ18 ÷ √ʒʒ2
√ʒʒ18 ÷ √ʒʒ2

÷ √ʒ6 + √ʒ2
÷ √ʒ6
√ʒ18

Facit √ʒ32 ÷ √ʒ24

Ita ad metam laboris Arithmetici perueni-

uenimus duce magno Deo, & declarauimus non tantum vulgarem artem numerandi, ſed intricatum, & difficilem Algorithmum Geometricum cum diuina Regula Algebræ complexi ſumus, quæ ſuo ambitu non tantum Regulam Auream, ſed reliquas, puta Réciprocam, Compoſitam, Alligationis, Societatis, de Intercapedine temporis, Regulam Falſi cæteraſque continet. Quamuis hęc ita ſe habeant, nihilominus Diuiſio quæ neceſſaria pars Algebraica exiſtit, atque ex duobus numeris æquatis quæſitum inueſtigat, certè nihil aliud eſt, quàm Compendioſa per Regulam trium operatio. Magnam cognationem habet Algebra cum Regula Falſi, quippe vtrobique Vnitas pro vero numero poni poteſt, & quæuis Problemata Regulæ trium per Algebram & Falſi regulam poſſunt ſolui: at diſſimilitudo inter vtramq; perſpicitur, quod in Regula Falſi aliæ hypotheſes præter Vnitatem poni ſolent, quæ veris numeris haud ſunt æquales: in Algebra aſſumitur hypotheſis ſemper æqualis vero quæſito: ibi tractantur numeri tantum effabiles: hic ſimiliter ineffabilium numerorum Arithmètica expeditur. Sed vt totius artis Algebraicæ vſus cognoſcatur, quæ meo iudicio penè humanum intellectum videtur excedere, video mihi benefacturus & fructuosè, ſi hic

hic quædam Theoremata & Problemata tractem, vt hinc constare possit quàm suauis, quàm diuina & admirabilis hæc ars existat: à facilioribus igitur initium faciam.

Exercitatio, siue Theoremata, & Problemata quibus vsus Algebræ demonstratur.

I.

Numerum inuenire, cuius duplum & dimidium coniuncta faciant 30.

Ponatur is esse 1ℨ. huius dimidium est $\frac{1}{2}$ℨ. quæ addita faciunt 2$\frac{1}{2}$ℨ. numerum æqualem datô 30 Nunc instituatur diuisio per numerũ characteris Cossici maioris, & quot⁹ hic ostẽdet pretiũ vnius radicis: atq; hęc operatio nũc instituitur, quasi per regulã aureã hoc pacto operaremur: 2$\frac{1}{2}$ℨ. valẽt 30. quid valet 1? diuisio ostẽdit pretiũ esse 12. ergo 12. est numer⁹ qui quęrebatur.

II. *Euclidis Geometricum.*

Ibant Mulus & Asina vinum portãtes: Asina autẽ ex dolore ponderis sui ingemiscebat: qua re visa, Mulus grauiter ingemiscentẽ Asinam sic interrogauit. Mater cur ita lamẽtaris? cur puellæ instar lachrymas fundis?

Menſuram vnam mihi ſi dederis, duplo quàm tu, plus ſuſtulero: ſin verò tu à me vnam acceperis, idem planè quod ego pondus feres. Menſuram itaque peritiſſime Geometer dicas volo.

Pone pro menſuris Muli 1ze: Examina porrò quæſtionem iuxta ſuum tenorem: vnde ratiocinor, ſi aſina mulo dederit 1. menſuram, habebit mulus 1ze + 1. quod pondus erit duplum reliquo ponderi aſinæ. Ergò huius dimidium cum ablata Vnitate ponetur pro menſuris aſinæ hoc pacto $\frac{1}{2}$ze + 1$\frac{1}{2}$. & vt dixi 1ze + 1. erit duplum $\frac{1}{2}$ze + $\frac{1}{2}$. At ſi mulus aſinæ det 1. menſuram, erit reliquum pondus muli puta 1ze − 1. æquale ponderi aſinæ quod erit $\frac{1}{2}$ze + 2$\frac{1}{2}$. Nam poſuimus pro menſuris aſinæ $\frac{1}{2}$ze + 1$\frac{1}{2}$. cui ſi addatur vnitas, totus erit $\frac{1}{2}$ze + 2$\frac{1}{2}$. Æquatio ergò inuenta inter 1ze − 1. & $\frac{1}{2}$ze + 2$\frac{1}{2}$. Sed duplex reductio hic neceſſaria eſt, vt poſſit fieri diuiſio: itaque addatur 1. vtrique parti æquationis ſic: 1ze − 1. quia in contrarijs ſignis additio + 1 eſt ſubſtractio ſic manet 1ze ſi quoque addatur alteri parti totus eſt $\frac{1}{2}$ze + 3$\frac{1}{2}$. Sed quia character Coſſicus idem reperitur vtrobique ſecundò reductio facienda eſt per ſub-

ſubſtractionem $\frac{1}{2}$ze.vtrobique, vnde remanet æqualitas inter $\frac{1}{2}$ze. & $3\frac{1}{2}$. diuiſis igitur $3\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{2}$.fit quotus 7. pro menſuris muli. Nam miſtum numerum reuoca ad fractionem, habes $\frac{7}{2}$. quam diuide per $\frac{1}{2}$. quotus eſt 7.quia denominator eſt æqualis &numerator qui diuidit, Vnitas. Aſina ergo habens $\frac{1}{2}$ze+$1\frac{1}{2}$ portabit menſuras $3\frac{1}{2}$.& $1\frac{1}{2}$.nimirum 5.Eadem quæſtio ſub alijs terminis ſic proponitur.

III.

Duo habent aliquot aureos,quorum numerus mihi non conſtat: inquit prior alteri,ſi vnum aureum de tuis adieceris meæ ſummæ, habebimus parem ſummam aureorũ: Reſpondet alter,Tu vero ſi vnum aureum de tuis mihi præbueris,confecero tuæ ſummæ duplum, quæritur quod aureos primus, quot ſecundus habuerit.

Eſto ſumma prioris 1ze. eſto ſumma poſterioris 1A.quare ſi vnus aureus à poſteriore fuit detractus ſic, 1A÷1.& priori additus ſic 1ze+1.erunt æquales 1ze+1 & 1A÷1. Reductione facta per additonem vnius vtrique parti, manebit æquatio inter 1A.& 1ze+2. Nunc vero ſi poſteriori iuxta quæſtionis tenorem adij-

 ciatur

ciatur vnitas puta hinc 1ze+2. quia æquiualet 1 A. habebimus 1ze+3. duplum prioris, detracta vnitate, puta 1ze÷1. quare hic numerus si dupletur sic, 2ze÷2. erit æquatio inter 1ze+3. & 2ze÷2. reduc vtrumque per additionem 2. vnde manet æquatio inter 1ze+5. & 2ze. Reduc denuo per Subſtractionem 1ze. vnde manebit æquatio inter 5. & 1ze. Diuiſione facta 5. per 1. abiecto charactere Coſſico quotus 5. oſtendit priorem habuiſſe quinque aureos & conſequenter, poſteriorem habuiſſe 7. vides itaque propoſitam quæſtionem cum præcedente fuiſſe eandem: at hic alio modo enodatam eſſe puta, beneficio primæ & ſecundæ radicis.

IV.

Numerum inuenire cuius quadruplum, cum eiuſdem quadrato, faciat 400.

Ponatur numerus quæſitus eſſe 1ze. huius quadruplum eſt 4ze. cum eiuſdem quadrato 1ʒ facit numerum 1ʒ+4ze. æqualem 400. Reductione igitur facta per Subſtractionem 4ze. vtrimque, erit æquatio inter 1ʒ. & 400÷4ze. quare radix quadrata huius numeri 400÷4ze. erit numerus quæſitus. Semiſſis numeri radicum 2. eſt: cuius quadratum 4. adde numero abſoluto, quia gerit ſignum plus

hoc

hoc pacto: 404. à cuius radice quadrata √ȝ404 sic prædicta semissis 2. dematur, fiet 1 ℨ. √ȝ404 ÷ 2. numerus quæsitus.

Examen.

Quæratur igitur primò quæsiti quadruplum sic.

√ȝ404 ÷ 2
4
÷ 8

Sed quia 4. non est homogeneus √ȝ404 quadretur prius, & reliqua Multiplicatio absoluitur sic:

√ȝ404
√ȝ 16
2424
404
√ȝ6464 ÷ 8. quadruplum quæsiti: quadratum sic inquiritur:

√ȝ404 ÷ 2
√ȝ404 ÷ 2
÷ √ȝ1616 + 4
404 ÷ √ȝ1616
404 ÷ √ȝ6464 + 4 Nunc adde
+ √ȝ6464 ÷ 8 quadruplum:
404 — — ÷ 4. id est 400. quia ÷ √ȝ6464. + √ȝ6464. propter contraria signa se mutuo interimunt.

V.

Duo socij habent duas summas aureo-

aureorum. Quadrati numeri ex summis procreati faciunt 340. Sed ipsæ summæ inter se multiplicatæ faciunt $\frac{6}{7}$. maioris quadrati. Quæstio est, quantæ sint istæ summæ?

Esto maior summa 1ℛ. & minor 1A. Quadrati sunt 1ȝ. & 1Aȝ. quare hi simul debent facere 340. Igitur 1ȝ. erit 340÷1 Aȝ. & 1Aȝ. erit 340÷1ȝ. Duo autem numeri dati 1ℛ. & 1A. inter se multiplicati faciunt numerum 1ℛA. æqualem $\frac{6}{7}$ȝ. hoc est $\frac{6}{7}$. maioris quadrati. puta 1ȝ. Si igitur æquatio sit inter 1ℛA. & $\frac{6}{7}$ȝ. erit quoque æquatio inter horum numerorum quadrata, nimirum inter 1ȝAȝ. & $\frac{36}{49}$ȝȝ quæ æquatio per Multiplicationem in crucem reducetur ad æquationem inter 49ȝAȝ. & 36ȝȝ. & per substractionem signi ȝ. primæ radicis, erit æquatio inter 49Aȝ. & 36ȝ. vnde per Regulam proportionum concluditur. Si 36ȝ. æquent 49Aȝ. æquivalebit 1ȝ. numero $\frac{49\,A\text{ȝ}}{36}$. vt hic vides abiecto signo ȝ. per contractionem numerorum, primo ac tertio loco sic:

$$36 \qquad 49A\text{ȝ} \qquad 1? \qquad \frac{49A\text{ȝ}}{36}$$

Et quoniam 1Aȝ. fuit æqualis numero 340÷1ȝ. superius, erit quoque æquatio inter 1Aȝ. & 340÷$\frac{49\,A\text{ȝ}}{36}$. quia 1ȝ. inuen-

tus

tus fuit æqualis numero $\frac{49\text{ Aʒ}}{36}$ Reductione igitur facta per additionem $\frac{49\text{ Aʒ.}}{36}$ vtrobique manet æquatio, inter 1 Aʒ + $\frac{49\text{ Aʒ.}}{36}$ & 340. Cum ergo 1 Aʒ. faciat $\frac{36}{36}$ Aʒ. (quippe notum est quod $\frac{36}{36}$ & 1 sint æquales) erit æquatio inter $\frac{85}{36}$ Aʒ. & 340. Addimus ergo hic 36. ad 49 Aʒ. & oritur $\frac{85}{36}$ Aʒ. Diuisis ergo 340. per $\frac{85}{36}$ fiet 1 Aʒ. 144. cuius radix est 12. vnus numerorum nempe summa pecuniæ minor, pro qua posuimus 1 A. cuius quadratum 1 Aʒ. Nunc verò quadratum maioris summæ fuit 340 − 1 Aʒ. Quare si pretium 1 Aʒ. puta 144. dematur ex 340. reliquum fiet quadratum maioris summę 169. cuius radix 24. alter numerorum puta, Summa maior. Itaq; primus habet 14. aureos & secundus 12. Quadrati horum numerorum puta 196. 144. faciunt totum 340. & planus duarum summarum est 186. qui est $\frac{6}{7}$. maioris quadrati 196.

VI.

Cum aliquando in Macedonum colloquio mentio de ætatibus incidisset, ego (inquit Alexander) Ephestionem meum duobus annis antecedo: at Clytus vestros amborum annos & prætere a quatuor attigit: tum

tum verò Callisthenes, iucunda est mihi. ô Rex, isthæc ætatum commemoratio, patris enim memoriam mihi renouauit, qui cum annos 96. vixisset, trium vestrum ætates impleuerat: Quod igitur annos attigerat Ephestion, quot Alexander, quot Clytus?

Esto 1ze. pro annis Ephestionis: Erit itaque 1ze + 2. pro annis Alexandri: & 2ze + 6. pro annis Clyti: addâtur hi anni:

1ze
1ze + 2
2ze + 6
―――
4ze + 8. totus eorum erit pro annis patris, quare æquatio est inter 4ze + 8. & 96. Æquatio inuenta reducatur per substractionem 8. vtrinque, manebit æquatio inter 4ze. & 88. Diuisis itaque 88. per 4. quotus ostendit esse 1ze pro annis Ephestionis 22. Ergo pro Alexandri 24. pro Clyti 50. omnesque additi, sunt 96. quos pater ille vixerat.

VII.

Numerum inuenire qui ductus in ipsius $\frac{3}{4}$ producat 90.

Ponatur inuentus numerus 1ze. Ex 1ze. in $\frac{3}{4}$ze. fit $\frac{3}{4}$ʒ. æqualis 90. Diuisis igitur 90. per $\frac{3}{4}$. fiet 1ʒ. 120. & 1ze √3 120. nume-

numerus quæsitus. Probatur quia numeri $\sqrt{ʒ}\,120$. partes $\frac{3}{4}$. sunt $\sqrt{ʒ}\,\frac{1080}{16}$. Nam $\frac{3}{4}$. prius quadratur sic $\frac{9}{16}$. & tunc ducitur in numerum inuentum sic: $\sqrt{ʒ}\,\frac{9}{16}$. in $\sqrt{ʒ}\,120$. Nunc vero $\sqrt{ʒ}\,120$. ducatur in ipsius $\frac{3}{4}$ id est, in $\sqrt{ʒ}\,\frac{1080}{16}$. planus est $\sqrt{ʒ}\,\frac{129600}{16}$. hoc est, $\sqrt{ʒ}\,8100$. cuius radix quadrata est 90. numerus quæsitus.

VIII.

Numerum inuenire, qui cum 50. faciat suum quadratum.

Ponatur numerus quæsitus 1℞. cuius quadratum est 1ʒ. cui æqualis est 1℞ + 50. Semissis numeri radicum est $\frac{1}{2}$. ad cuius quadratum, id est ad $\frac{1}{4}$. addo 50. sic $50\frac{1}{4}$. siue $\frac{201}{4}$. ad cuius radicem quadratam, puta $\sqrt{ʒ}\,\frac{201}{4}$. addo semissem numeri radicum, nempe $\frac{1}{2}$. efficioque pretium 1℞. $\sqrt{ʒ}\,\frac{201}{4} + \frac{1}{2}$. numerum videlicet quæsitum. Quæratur iam numeri quæsiti quadratus ita:

$$\sqrt{ʒ}\,\frac{201}{4} + \frac{1}{2}$$
$$\sqrt{ʒ}\,\frac{201}{4} + \frac{1}{2}$$

$$+\sqrt{ʒ}\,\frac{201}{16} + \frac{1}{4}$$
$$\frac{201}{4} + \sqrt{ʒ}\,\frac{201}{16}$$

$\frac{201}{4} + \sqrt{ʒ}\,\frac{804}{16} + \frac{1}{4}$. Hic planus est quadratus quæsiti numeri, qui tantundem valet quantum antea inuentus numerus $\sqrt{ʒ}\,\frac{201}{4} + \frac{1}{2}$. cum dato numero 50. Nam $\frac{201}{4}$. & $\frac{1}{4}$. additi faciunt $\frac{202}{4}$. id est, $50\frac{1}{2}$. & $\sqrt{ʒ}\,\frac{804}{16}$.

redu-

reducitur per 4. ad minores terminos sic: $\sqrt{z}\,\frac{201}{4}$. quare planus nihil aliud est quam numerus antea quæsitus puta $\sqrt{z}\,\frac{201}{4} + \frac{1}{2}$. cum 50. vt patuit.

IX.

Quæritur quantum pecuniæ quis initio habuerit si negotietur, & lucretur $\frac{1}{4}$ suæ pecuniæ, impensis 4. imperialibus, & cum residuo adhuc residui $\frac{1}{5}$ pro lucro, seruatis 18. imperialibus, acquirat?

Ponatur pecunia esse $1\,\text{ze}$. Ergo primum ipsius lucrum est $\frac{1}{4}\,\text{ze}$. demptis impensis quatuor imperialium sic, $\frac{1}{4}\,\text{ze} \div 4$. Et quia lucrum secundum est $\frac{1}{5}$. residui illud quærendum est: Additis ergò primò $1\,\text{ze}$ & $\frac{1}{4}\,\text{ze} \div 4$. totus $\frac{5}{4}\,\text{ze} \div 4$. dat residuum: huius residui $\frac{1}{5}$. inquiratur sic: $\frac{5}{4}\,\text{ze} \div 4$ $\frac{1}{5}$ fiat multiplicatio: vnde planus $\frac{5}{20}\,\text{ze} \div \frac{4}{5}$. exhibet $\frac{1}{5}$. residui. Quare si nunc residuum & $\frac{1}{5}$. residui coniungantur, totus ipsorum erit æqualis 18. Imperialibus: Ergo adde $\frac{5}{4}\,\text{ze} \div 4$. & $\frac{5}{20}\,\text{ze} \div \frac{4}{5}$. quia signa sunt similia idem signum $\div$ seruabitur: Coniunge igitur prius numeros homogeneos $\frac{5}{4}\,\text{ze}$ $\frac{5\,\text{ze}}{20\,\text{ze}}$. sic $\frac{100\,\text{ze}}{80\,\text{ze}}$. & $\frac{20\,\text{ze}}{8\,\text{ze}}$.

Ergo totus est $\frac{120}{80}\,\text{ze}$. id est $\frac{3}{2}\,\text{ze}$. Item: $\frac{4}{1}$. & $\frac{4}{5}$. $\frac{20}{5}$. $\frac{4}{5}$. Ergo totus est $\frac{24}{5}$. quare nume-

rus

rus $\frac{3}{2}$ze $-\frac{24}{5}$. æqualis eſt 18. Sed quia numerus characteris Coſſici non ſolus ponitur ex altera parte æquationis, Reductione opus eſt: Addatur igitur vtrique parti æquationis $\frac{24}{5}$ vnde manet data æquatio inter $\frac{3}{2}$ze. & $\frac{114}{5}$. Diuidatur igitur $\frac{114}{5}$. per $\frac{3}{2}$. id eſt, 228 per 15. quotus oſtendit eum ab initio habuiſſe 15. Imperiales, & $\frac{1}{5}$ quod per examen manifeſtum eſt.

X.

Mercator emit tria genera pannorum 50. Imperialibus daleris: at primum triplo plus conſtat, quàm ſecundum minus 10. daleris Imperialibus: & ſecundum quadruplo plus quam tertium minus 20. daleribus Imperialibus, quæritur ſingulorum pretium?

Ponatur pannus primi generis conſtare 1ze. huic adde 10. totus eſt 1ze $+$ 10. Ergo hic numerus iuſtè ſuperabit ſecundum triplo: quare ſubtriplum erit $\frac{1}{3}$ze $+$ $3\frac{1}{3}$. atque hic erit numerus & pretium ſecundi generis; ſed quia ſecundus tertio maior erit quadruplo, minus 20. imperialibus daleris, oportebit huic numero 20. addere ſic $\frac{1}{3}$ze $+$ $23\frac{1}{3}$. & nunc huius iuſtum ſub quadruplum quærere, quod fit per multiplicationem $\frac{1}{4}$. in immediatè datum:

P Ergò

Ergò pretium tertij erit $\frac{1}{12}+5\frac{5}{6}$. addantur ergò hi tres numeri 1 ze. & $\frac{1}{3}$ ze $+3\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{12}$ ze $+5\frac{5}{6}$. quorum totus $1\frac{5}{12}$ ze $+9\frac{1}{6}$ æqualis 50. At quia numerus characteris Cossici non est solus ex vna parte æquationis opus est reductione, quæ fit per Subductionem $9\frac{1}{6}$ vtrinque: quare æquatio inter $1\frac{5}{12}$ ze. & $40\frac{5}{6}$. Diuisis itaque $40\frac{5}{6}$. per $1\frac{5}{12}$ quotus est $28\frac{14}{17}$. dalerorum Imperialium pro primi generis panno: $12\frac{16}{17}$ pro secundi generis: & $8\frac{4}{17}$. pro tertij, quorum pretia adæquant 50. Imperiales vt periculum facienti patet.

XII.

Quidam fregit nescio quot oua, ita vt si fregisset seorsum illorum $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$ & insuper 6. fregisset oua centum. Quæritur numerus ouorũ.

Ponatur esse 1 ze. cuius $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$ faciunt $\frac{47}{60}$ ze. quia proportionales datis inuenti sunt $\frac{20}{60}$. $\frac{15}{60}$. $\frac{12}{60}$. Ergò totus est $\frac{47}{60}$ ze. qui cum 6. efficit $\frac{47}{60}$ ze $+6$. summam æqualem 100. Reductione facta per Subductionem 6. ab vtraque parte æquationis manebit æquatio inter $\frac{47}{60}$ ze. & 94. Diuisis igitur 94. per $\frac{47}{60}$. fiet 1 ze. 120. numerus ouorum. Nam eius $\frac{1}{3}$. est 40. & $\frac{1}{4}$. est 30. & $\frac{1}{5}$. est 24 quæ omnes partes cum 6. faciunt summam 100. ouorum.

XIII.

Nume-

Numerum inuenire cuius $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{6}$ ducta faciat 100.

Ponatur numerus quæſitus eſſe 1ℨ. Huius $\frac{1}{4}$ eſt $\frac{1}{4}$ℨ. & huius $\frac{1}{6}$ eſt $\frac{1}{6}$ℨ. ducatur ergo $\frac{1ℨ}{4}$ in $\frac{1ℨ}{6}$ planus eſt $\frac{1ℨℨ}{24}$ qui ex hypotheſi debet eſſe æqualis 100. Diuiſis ergò 100, per $\frac{1}{24}$. quotus eſt 2400. cuius radix quadrata nempe √ʒ2400. eſt numerus quæſitus, quia diuiſoris character maior erat ℨ. Eſt enim $\frac{1}{4}$. quæſiti numeri √ʒ2400. videlicet √ʒ150. Diuiſo ſiquidem √ʒ2400. per 4. id eſt, per 16. oritur √ʒ150. & diuiſo √ʒ2400. per $\frac{1}{6}$. id eſt, per 36. quia numeri debent eſſe homogenei, oritur √ʒ66$\frac{2}{3}$. id eſt, √ʒ$\frac{200}{3}$. quæ partes inter ſe multiplicatæ procreant √ʒ$\frac{30000}{3}$. hoc eſt, √ʒ10000. ſiue 100.

XIII.

Tres habent pecuniam. Secundus ac tertius dicunt primo, ſi nobis dares $\frac{1}{2}$. tuæ pecuniæ, haberemus 100. aureos. At primus ac tertius dicunt Secundo, ſi nobis dares $\frac{1}{3}$. tuæ pecuniæ, haberemus 100. aureos. Deniq; primus ac ſecundus dicunt tertio, ſi nobis dares $\frac{1}{4}$. tuæ pecuniæ, haberemus 100. aureos. Quæritur pecunia ſingulorum.

Ponatur pecunia primi 1ze. Ergò reliqui duo habebunt 100 $-\frac{1}{2}$ze. Nam si haberent $\frac{1}{2}$ze primi iustè haberent 100. aureos: At omnes tres habebunt $\frac{1}{2}$ze $+$ 100. diuide enim pecuniam primi in $\frac{1}{2}$ze & $\frac{1}{2}$ze vnam partem adde summæ duorũ 100 $-\frac{1}{2}$ze. remanet propter signa contraria 100. deinde adde alteram partem, habebis $\frac{1}{2}$ze $+$ 100.

Ponatur pecunia secundi 1A. Ergo erit summa primi & tertij $\frac{1}{2}$ze $+$ 100 $-$ 1A. Ratio est, quia omnes tres habebant aureorum summam $\frac{1}{2}$ze $+$ 100. à qua nunc detrahitur summa secundi, vnde residuum, est summa primi & tertij: quare si acceperint $\frac{1}{3}$A. habebunt $\frac{1}{2}$ $+$ ze 100 1A $+$ $\frac{1}{3}$A. summam æqualem 100. Hæc æquatio inuenta reducatur per additionem 1A. vtrinque, vnde manet adhuc æquatio inter $\frac{1}{2}$ze $+$ 100 $+$ $\frac{1}{3}$A. & 100 $+$ 1A. quæ præterea reduci debet: quare vtrinque auferatur 100. & manebit æqualitas inter $\frac{1}{2}$ze $+$ $\frac{1}{3}$A. & 1A. Rursum reducatur ablata $\frac{1}{3}$A. vtrobique, resoluto prius 1A. in $\frac{3}{3}$A. vnde manet æquatio inter $\frac{1}{2}$ze & $\frac{2}{3}$A. diuiso autem vtroque numero per $\frac{2}{3}$. remanet æquatio inter $\frac{3}{4}$ze & 1A. Habet igitur secundus $\frac{3}{4}$ze.

Ponatur pecunia tertij 1B. Et quoniam primus & secundus habent $\frac{7}{4}$ze. Si acceperint $\frac{1}{4}$. tertij, habebunt $\frac{7}{4}$. ze $+$ $\frac{1}{4}$B summam

mam æqualem 100 aureis. Quod verò primus & secundus habeant $\frac{7}{4}$ ℨ. patet, quia posuimus pro pecunia primi 1ℨ. & pro pecunia secundi $\frac{3}{4}$ ℨ. quæ additæ faciunt $\frac{7}{4}$ ℨ. quippe resoluimus 1ℨ. in $\frac{4}{4}$ ℨ. Quare inuenta est æquatio inter $\frac{7}{4}$ ℨ + $\frac{1}{4}$ B. & 100. Reducatur æquatio per ablationem $\frac{7}{4}$ ℨ. vtrobique, & manebit ea inter $\frac{1}{4}$ B. & 100 ÷ $\frac{7}{4}$ ℨ. Dein adhuc reducatur per Diuisionem vtriusque numeri, idque per $\frac{1}{4}$. manebit æquatio inter 1B & 400 ÷ 7ℨ. Tertius ergo habet 400 ÷ 7 ℨ. Itaque cum primus habeat 1ℨ. secundus $\frac{3}{4}$ ℨ & tertius 400 ÷ 7ℨ. sequitur rectè, quod omnes simul habeant 400 ÷ $\frac{21}{4}$ ℨ. Diximus enim quod 1ℨ. & $\frac{3}{4}$ ℨ. additi faciant $\frac{7}{4}$ ℨ. hos adde ÷ 7 ℨ. Nunc quia 1ℨ. est $\frac{4}{4}$ ℨ. Ergo 7ℨ. faciunt $\frac{28}{4}$ ℨ. & propter contraria signa additio est substractio, & reliquus habet signum maioris: Vnde rectè diximus, quod omnes tres simul habeant 400 ÷ $\frac{21}{4}$ ℨ. Habebant verò omnes simul $\frac{2}{4}$ ℨ + 100. vnde hic est æquatio, quæ prius reducitur per additionem $\frac{21}{4}$ ℨ. vtrinque, & manebit æquatio inter 400. & $\frac{23}{4}$ ℨ + 100. Dein vltima æquatio reducatur per ablationem 100. vtrinque, vnde manet æquatio inter 300. & $\frac{23}{4}$ ℨ. Diuisis igitur 300. per $\frac{23}{4}$ fiet 1ℨ. 52$\frac{4}{23}$. pecunia primi. Si ergo 1ℨ. valeat 52$\frac{4}{23}$. siue

 $\frac{1200}{23}$.

$\frac{1200}{23}$.quanti valebit $\frac{3}{4}$ℨ. facit $\frac{900}{23}$. id est, $39\frac{3}{23}$.pecunia secundi. Et quia 1ℨ. valet $\frac{1200}{23}$.Ergo 7ℨ.valent $\frac{8400}{23}$.nunc pecunia tertij erat 400−7ℨ.ideo hi $\frac{8400}{23}$. subtrahantur ex 400.reliquus est $\frac{800}{23}$. id est, $34\frac{18}{23}$.pecunia tertij. Iudicium certæ operationis est, quia tam secundus ac tertius cum $\frac{1}{4}$.primi,quam primus ac tertius cum $\frac{1}{3}$.secundi, quam primus & secundus cum $\frac{1}{4}$.tertij habent 100.aureos.

XIV.

Est rectangulum, cuius area est 30.& proportio laterum sesquialtera: Quæruntur latera & Diameter.

Ponatur igitur minus latus esse 2ℨ. ideoque maius 3ℨ. sesquialterum ad aliud: planus siue area rectanguli est 6ȝ. æqualis 30.hic enim numerus fuit areæ datæ:diuisis igitur 30.per 6. fiet 1ȝ5. hinc extrahenda est radix sic,√ȝ5 pro 1ℨ. Nunc quia minus latus fuit 2ℨ.ideo √ȝ5. duplandus siue multiplicandus per 2.id est, 4 qui est quadratus binarij vt numeri sint homogenei: Vnde latus minus est √ȝ20. Idemque √ȝ5.triplandus est siue multiplicandus per √ȝ9.vnde oritur maius latus, √ȝ45.Nunc Geometer docet quod laterum quadrata, simul addita sint æqualia quadrato Diametri, hinc facilè inuestigabitur ex datis lateribus puta √ȝ25. &

$\sqrt{\mathfrak{z}}$45. ipsa Diameter : quadrata laterum sunt 20. & 45. quippe docuimus surdi numeri quadratum inquirere nihil aliud esse quam præpositam notam tollere. Addita ergò laterum quadrata 20 & 45. faciunt 65. quadratum Diametri, cuius radix quadrata est ipsa Diameter puta $\sqrt{\mathfrak{z}}$65. latera ergò sunt inuenta $\sqrt{\mathfrak{z}}$20. & $\sqrt{\mathfrak{z}}$45. quorum planus est $\sqrt{\mathfrak{z}}$900. id est, 30. quantam videlicet posuimus aream rectanguli.

XV.

Duo statuunt annulum emere 50. aureis, primusque ait secundo, si dimidium nummorum tuorum mihi dederis, solus emam. Imo (respondet secundus primo) si tertiam partem tuorum mihi dederis, totum persoluam, quæritur quot vterque nummos habuerit?

Ponatur ergò primi pecunia esse 1℞. quare dimidium secundi erit 50 ÷ 1℞. quia hoc si addatur primo propter contraria signa, numerus est 50. duplum itaque dimidij, puta, 100 ÷ 2℞. erit pecunia secundi, cui adde $\frac{1}{3}$℞. primi, manebit æquatio inter 100 ÷ $1\frac{2}{3}$℞. & 50. Inuenta æquatio reducatur per

additionem $1\frac{2}{3}$ ze. vtrinque, tunc erit æquatio inter 100. & 50 ÷ $1\frac{2}{3}$ ze. quam præterea oportet reducere per subtractionem 50. vtrinque, vnde æqualitas erit inter 50 & $1\frac{2}{3}$ ze. Diuisis ergo 50. per $1\frac{2}{3}$. quotus 30. ostendit pecuniam primi. Vnde pecunia secundi est 40 quia dimidium huius additum ad 30. facit 50. sicut tertia pars primi, puta 10. coniuncta cum pecunia secundi: quod quæsisse oportuit.

XVI.

Tempus temporis triplum est, minorisque $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{5}$. maioris facit 30. quodnam est vtrumque tempus?

Esto 1ze. pro primo: Ergo pro secundo 3ze. quia hic numerus triplus est primi. Est autem $\frac{1}{4}$. primi. $\frac{1}{4}$ze. & $\frac{1}{5}$ secundi siue maioris $\frac{3}{5}$ze. Nunc multiplicentur hi duo numeri inter se, puta $\frac{1}{4}$ze. & $\frac{3}{5}$ze. planus $\frac{3ʒ}{20}$ est æqualis 30. Æquatio reducitur per Multiplicationem in crucem sic $\frac{3ʒ}{20} \times \frac{30}{1}$ vnde æqualitas erit inter 3ʒ & 600. Diuisis itaque 600. per 3 quoti radix quadrata ostendit primum numerum: quotus est 200. huius radix quadrata est √ 200. pro 1ze, Ergo pro 3ze. inuentus numerus triplicandus est, id est, multiplicandus per 9. vt numeri sint eiusdem generis: quare

quare secundus & maior numerus est, √ȝ 1800. Quod autem ita res se habeat, facile probatur. Minoris enim ¼ est √ȝ [illegible]/16. & maioris ⅕ est √ȝ 18[illegible]0/[illegible]5. qu[illegible] se multiplicati faciunt √ȝ 3[illegible]/400. Diuisione facta numeratoris per nomen, quotus erit √ȝ 900. cuius quadrati radix est 30. nam tricies triginta faciunt 900. Quare operatio Algebraica recte hic se habuit.

XVII.

Sunt numero incerti Tribuni militum in Exercitu, quorum singuli sub se habent tot vexilla, quot sunt tribuni: & sub singulis vexillis tricies tot milites, quot vexilla in exercitu. Habet autem quilibet tribunus stipendium flo. 150. & quilibet miles stipendium tot florenorum, quot sunt tribuni. Stipendium vero omnium menstruum est deprehensum centies vicies quinquies tot florenorum, quot sunt tribuni militum: quæritur quotnam fuerunt tribuni militum, & quot milites?

Ponatur 1 ze tribunorum. Ergo 1 ȝ vexillorum erit (nam 1 ze. in se multiplicata facit 1 ȝ.) & quodlibet vexillum 30 ȝ. militum, quia 1 ȝ in 30. facit 30 ȝ. Huius

quadratum est 30ß. summa omnium militum. Nunc quæratur stipendium militum sic: 1. miles habet stipendium 12zz. florenorum. Ergo 30ß milites habebunt 30ß. Item: 1. tribunus habet stipendium 150 florenorum. Ergo 12zz. habebit stipendium 150zz fl quæ ductæ in 125 faciunt 18750zz. Et quia hoc stipendium æquale est stipendio omnium militum, erit æquatio inter 30ß & 18750zz. A partibus æquationis detrahatur vtrobique zz. manet æquatio inter 30ß. & 18750. Diuisis itaque 18750. per 30. quotus est. 625. cuius radix biquadrata siue zensizensica quæri debet, prout character Cossicus docet: radix quadrata est 25. Ergo radix biquadrata est 5. quare tribuni milites fuerunt 5. milites 18750. Nam 1ß. vexillorum facit 25 quia quadratus numeri 5. est 25. Ergo 30ß faciunt 750. milites sub vno vexillo: & 30ß. 18750. quia 750. multiplicata per 25. facit 18750. Summam militum. Stipendium vnius militis sunt 5. floreni. Ergo stipendium omnium sunt floreni 93750. quod continet stipendium tribunorum centies vicies & quinquies. Est verò stipendium omnium æquale 30ß. valet enim sursolidus in progressione quintupla 3125. quæ multiplicata per 30. faciunt 93750.

XVIII.

Quis

Quis est iste numerus cuius $\frac{1}{3}$ in seipsam ducta, & productum in $\frac{1}{4}$ ipsius numeri constituunt numerum, cuius radix quadrata est ipse numerus?

Pono numerum incognitum esse 1ϱ. cuius $\frac{1}{3}$ϱ. ducta in $\frac{1}{3}$ϱ facit $\frac{1}{9}$ʒ. iam $\frac{1}{4}$ϱ. ducta in $\frac{1}{9}$ʒ. facit $\frac{1}{36}$cꝭ. æqualem 1ʒ. Et quia numeri Cossici sunt collaterales, Diuiso 1. per $\frac{1}{36}$ quotus est 36. numerus quæsitus: Nam huius $\frac{1}{3}$. est 12. $\frac{1}{4}$. est 9. iam 12. in seipsa ducta faciunt 144. quæ iterum per 9. multiplicata procreant 1296. quorum radix quadrata est 36. quia hic numerus in se ductus facit 1296. Quare rectè numerauimus.

XIX.

Colligit aliquis poma ab arboribus horti discussa, sed in exeundo, debet primo ianitori dare dimidium pomorum collectorum, & pomum dimidium citra fractionem, secundo autem $\frac{1}{3}$ suorum pomorum & $\frac{1}{3}$. vnius pomi: tertio denique $\frac{1}{4}$ suorum pomorum & $\frac{1}{4}$ vnius pomi, & sibi reseruat poma 23. quæritur numerus pomorum collectorum?

Ponatur numerus pomorum esse 1ϱ. huius dimidiū est $\frac{1}{2}$ϱ — $\frac{1}{2}$ vnius pomi pro primo ianitore. hinc subduc $\frac{1}{3}$. quod fit

iuxta

iuxta elementum tertium cap. 6. lib. de Algebra, si detrahatur $\frac{1}{3}$. ex $\frac{3}{3}$ & residuum $\frac{2}{3}$. multiplicetur per $\frac{1}{2}$ze ÷ $\frac{1}{2}$ numerum datum: vnde residuum est $\frac{2}{6}$ze ÷ $\frac{2}{6}$ id est $\frac{1}{3}$ze ÷ $\frac{1}{3}$. hinc adhuc subducenda est $\frac{1}{3}$. pomi: propterea adde $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{3}$. & totus est $\frac{2}{3}$. quare restat adhuc $\frac{1}{3}$ze ÷ $\frac{2}{3}$. hinc iam tertius ianitor petit quartam partem & $\frac{1}{4}$ vnius pomi. Subductio igitur $\frac{1}{4}$. fiat iuxta elementum mox citatum, & residuum erit $\frac{6}{12}$ze ÷ $\frac{6}{12}$. id est $\frac{1}{2}$ze ÷ $\frac{1}{2}$. Sed quia debet accedere diminutio $\frac{1}{4}$ adde $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{4}$. & totus est $\frac{6}{8}$. id est, $\frac{3}{4}$. vnde residuum $\frac{1}{4}$ze ÷ $\frac{3}{4}$ est æquale 23. pomis. Reductione facta æqualitas est inter $\frac{1}{4}$ze. & $23\frac{3}{4}$ Diuisis ergo $23\frac{3}{4}$. per $\frac{1}{4}$ quotus est 95. qui significat numerum pomorum. Nam huius dimidium est $47\frac{1}{2}$. pro primo ianitore, vnde restant 47. poma, à quibus si subducatur $\frac{1}{3}$. residuum est $31\frac{1}{3}$ vnde adhuc detrahenda est $\frac{1}{3}$. vnius pomi, quare restant 31. Ab hoc residuo tertius ianitor poscit $\frac{1}{4}$. pomorum & $\frac{1}{4}$. vnius pomi: quod sic fit $\frac{1}{4}$. detraho ex $\frac{4}{4}$. siue ex vnitate & residuum $\frac{3}{4}$ multiplico per 31. vnde planus $\frac{93}{4}$ id est $23\frac{1}{4}$. Nunc tollatur $\frac{1}{4}$. pomi, residuum omnium pomorum erit 23. sicut proposuimus.

XX.

Mercator proficiscitur domo bis ad nundinas: in prima negotiatione lucra-

lucratur forte duorum Imperialium tres, impensis factis 16. Imperialium: in secunda negotiatione lucratur 4. Imperialibus 7. tantundem impendit, quantum domo tulit, & habet adhuc pro residuo 20. Imperiales, quæritur, quantum pecuniæ domo secum contulerit?

Ponatur ista pecunia esse 1 ze. Nunc dicito iuxta Regulam Auream 2 dant 3. quid dabit 1 ze? $\frac{3}{2}$ ze ab his subductis 16. Imperialibus pro primis impensis, residuum erit $\frac{3}{2}$ ze $\div$ 16 Iterum dicito 4. dant 7. quid dabunt $\frac{3}{2}$ ze $\div$ 16? quæritur proportionalis inuenietur 2 $\frac{5}{8}$ ze $\div$ 29. Hinc iam subduc 1 ze. tantum nempe, quantum domo secum contulit, & manebit $\frac{13}{8}$ ze $\div$ 28. qui æqualis erit 20. Æquationis partibus addatur vtrinque 28. vnde manebit æquatio inter $\frac{13}{8}$ ze & 48. Diuisis ergo 48. per $\frac{13}{8}$. quotus erit 29$\frac{7}{13}$ pretium assumptæ pecuniæ. Nam dic 2. dant 3. quid dabunt 29$\frac{7}{13}$, id est, $\frac{384}{13}$? quotus proportionalis erit 44$\frac{4}{13}$. id est $\frac{576}{13}$, hinc auferantur 16. pro impensis, vnde reliquum pecuniæ erit 28$\frac{4}{13}$ siue $\frac{368}{13}$. Quare dicito 4. dant 7. quid dabunt $\frac{368}{13}$? quæritur proportionalis erit 49$\frac{7}{13}$. ab hoc nunc subducatur assumpta

pecu-

pecunia: verbi g. 29. manifestum est residuum esse 20. quod ostendere voluimus.

XXI.

Hortorum area est oblonga quadratis areolis distincta 558. longitudine ad latitudinem sesquitertia quanta est longitudo, quanta latitudo?

Ponatur pro areæ longitudine 4 ℨ. pro latitudine 3 ℨ. qui numeri inter se habent proportionem sesquitertiam: vnde vides quod per Parenthesin in Regula Algebraica monuimus alios sæpe numeros, quam 1 ℨ. pro commoditate quæstionis assumi. Nunc quia area cognoscitur ex laterum multiplicatione, dum inter se multiplicentur, & planus vtriusque est 12 ȝ. æqualis 588. Diuisis ergo 588 per 12 quotus oritur 49. vnde inuestigando est radix quadrata, sicuti character Cossicus monstrat, quia maior est quam ℨ. Est ergo hæc radix 7. Si ergo 1 ℨ. valet 7. 4 ℨ. valebunt 28. & 3 ℨ valebunt 21. Itaque latitudo est 21. & longitudo 28. inter se multiplicatæ reddunt aream, 588. vt hinc de operatione recta satis constet.

XXII.

Datis duobus numeris 20. & 30. alium

alium inuenire, à quo vterque datorum detractus, quadratum relinquat.

Ponatur numerus quæsitus ʒ+20. hinc enim 20. subductus, remanet quadratus ʒ. & hinc subductus 30. remanet similiter quadratus ʒ÷10. Apparet enim hoc residuum Subductionis esse ex formula apposita sic: ʒ+20. Subducitur hic
30 superior ab inferiore in ijsdem signis, ac propterea residuum manet cum signo contrario iuxta Elementum 5. cap. 3. de Algebra. Huius ergò quadrati ʒ÷10. statuatur latus, vna radix esse, minus quotcunq; vnitatibus, puta 1℞÷2 fiat hinc quadratus sic:

1℞÷2	Huius igitur quadratum
1℞÷2	ʒ÷4℞+4 æquale debet
÷2℞+4	esse quadrato ʒ÷10.
ʒ÷2℞	Hæc æquatio iam debet
ʒ÷4℞+4	reduci per additionem

4℞ vtrobique, vnde manebit æquatio inter ʒ+4. & ʒ÷10+4℞. Sed quia hæc nondum apta est diuisioni, continuanda est reductio æquationis: Vnde rursus additis 10. vtrinque, manebit inter ʒ+14. & ʒ+4℞. Propter eandem causam tertianda est reductio & auferenda vtrobique ʒ. vt maneat æquatio inter 14.

&

& 4ℨ. Diuisis ergo 14 per 4 fiet 1ℨ $\frac{7}{2}$ sunt $\frac{7}{2}$. cuius quadratum est $\frac{49}{4}$. atque in principio numerus positus fuit 1ℨ + 20. ideo oportebit 20 addere sic $\frac{49}{4}$ × $\frac{20}{1}$ = $\frac{49}{4}$ $\frac{80}{4}$. quorum totus est $\frac{129}{4}$. qui est numerus quæsitus: examinatur operatio num recte vel secus facta sit, si 20. & 30. seorsim ab inuestigato numero subducantur & relinquant residuum quadratum: tolle igitur a $\frac{129}{4}$ × $\frac{20}{1}$

$$\frac{49}{\cancel{1}\,\cancel{2}\,\cancel{8}\atop \cancel{8}\,\cancel{0}}$$

$\frac{49}{4}$. quadratus relinquitur: Item si ab eodem $\frac{129}{4}$. tollatur 30. reliquus erit quadratus $\frac{9}{4}$. Subductio est: $\frac{129}{4}$ × $\frac{30}{1}$. 1 2 0. Ergo vt dixi reliquus $\frac{9}{4}$. est quadratus cuius latera sunt $\frac{3}{2}$. sicuti prioris $\frac{7}{2}$.

XXIII.

Duos numeros inuenire quorum summa 40. ita vt priore diuiso per 5. fiat quotus, qui cum $\frac{1}{10}$ posterioris faciat 100.

Ponatur prior numerus 1ℨ. & posterior 40 − 1ℨ. diuisa 1ℨ. per 5 quotus est $\frac{1ℨ}{5}$ nunc pars decima numeri 40 − 1ℨ. est, $\frac{40 - 1ℨ}{10}$. quæ cum quoto debet coniungi sic:

$\frac{40 - 1ℨ}{10}$ × $\frac{1ℨ}{5}$. inuenti sunt proportionales

tionales Numeratores sub eodem denominatore 50.) quia quinquies 10. sunt 50 sequentes $\frac{2\,\text{m}-12\mathcal{Z}}{50}$ & $\frac{1\mathcal{Z}}{50}$. Ergo addantur $10\mathcal{Z}$ ad $200 \div 5\mathcal{Z}$. sic:

$200 \div 5\mathcal{Z}$
$\underline{+10\mathcal{Z}}$
$200 + 5\mathcal{Z}$

Quia hic signa sunt contraria iuxta elementum 6. cap. 3 Algebræ: Additio est Subtractio & reliquus habet signum maioris vnde totus est: $\frac{20+5\mathcal{Z}}{50}$. Haec fractio reducatur per communem diuisorem 5. ad minimos terminos proportionales sicuti notauimus in commentario nostro ad Elementum 1. cap. 5. Algebræ, vnde totus erit $\frac{4\text{o}+1\mathcal{Z}}{10}$. qui nunc est æqualis 100. At hæc æquatio inuenta prius reducatur iuxta elementum 5 cap 17. nostræ Algebræ, idque per Multiplicationem alternam sic:

$\frac{40+1\mathcal{Z}}{10} \times \frac{100}{1}$ vnde erit inuenta æquatio inter $40+1\mathcal{Z}$. & 1000. At quia numerus vbi est character Cossicus non est solus iuxta elementum 1. cap. 7. adhuc semel tentanda est reductio, idque per ablationem 40. vtrinque. vnde manet æquatio inter $1\mathcal{Z}$ & 960. Quare $1\mathcal{Z}$. est 960 quia Diuisione nõ est opus, quia Vnitas diuidens nullam mutationem adfert. Sed hoc hic mirandum

dum est, quod numerus quæsitus sit 960. cum debeat tantum esse 40. idque cum altero numero: at posterior numerus admirationem tollet, qui est 40÷960. positus enim erat numerus 40÷1 ze. pro secundo: & quia 1 ze valet 960. secundus erit 40÷960. vbi vides vim numerorum infra nihil quam annotauimus ad 7. Elementum cap. 4. Algebræ. Conficiunt itaque inuenti duo numeri summam, puta 40. in quæstione propositam, quod probatur. Nam si demantur 960. ex 40. sic:

+ 40 Vides quod numerus 40÷960.
+ 960 æquivalent ÷920. quia substra-
÷ 920 ximus 960. ex 40. Sed quia tollendus in iisdem signis maior est, tollitur ab eo superior, & reliquus habet signum contrarium, vt est Elementum 5. cap. 3.

Addantur ergò +960 vides quod pro-
÷920 pter contrarietatem signorum facienda sit Substractio & quod reliquus erit 40. summa initio proposita. Nunc videamus an per duos numeros inuentos 960. & per ÷920 possimus id efficere, quod quæstio proposita postulat. Partire 960. per 5. & Quotum 192. adde cum $\frac{1}{10}$. numeri ÷920. id est, cum ÷92. quod si summa fuerit 100. benè operati simus. Additio est talis:

+19

+192 Iterum loco Additionis facienda
÷ 92 est subductio, propter contrarie-

tatem signorum, & reliquus est +100. quia debet habere signum maioris: quare dati inveni 960. & ÷920. sunt numeri per quos datum problema soluitur.

XXIV.

Numerum 76. in quintupla proportione Geometrica continua, in quinque partes distribuere.

Ponatur primus numerus esse 1z. Ergo in quintupla proportione secundus erit 5z. tertius 25z. quartus 125z. Horum summa est 781z. æqualis 76. Diuiso igitur numero 76 per 781. primus numerus erit $\frac{76}{781}$. secundus $\frac{380}{781}$. tertius $\frac{1900}{781}$. quartus $\frac{9500}{781}$. quintus $\frac{47500}{781}$. quorum totus est $\frac{59356}{781}$. id est, 76. quod erat inuestigandum.

XXV.

Duobus numeris 9. & 21. datis alium inuenire, qui ab vtroque seorsum Substractus, relinquat quadratum.

Ponatur numerus quæsitus esse 9 ÷ 1ʒ. quia hic ex 9. substractus relinquit quadratum 1ʒ. quod patet ex hac descriptione:

9 + 0ʒ
9 − 1ʒ
———
+ 1ʒ

Hic tollitur 9. à 9 & nihil est residuum & in secunda numeratione, quia signa sunt contraria, ideo iuxta elementum 4 cap 3 nostræ Algebræ Substractio est Additio, & totus habet signum superioris, vnde 1ʒ. ponitur cum signo +. Idem verò numerus qui pro vero fuit habitus ex 21 similiter detractus relinquit 12+1ʒ. vt patet ex hac formula:

21 + 0ʒ
9 − 1ʒ
———
12 + 1ʒ

Quare hic numerus 12+1ʒ debet etiam esse quadratus: quare statuatur eius radix esse 1℞. minor quotuis Vnitatibus, ita tamen vt earum quadratus superet 12 nimirum 1℞−4. multiplicetur hic numerus in se, vnde numerus productus qui est quadratus debet esse æqualis quadrato priori, puta, 12+1ʒ.

1℞ − 4
1℞ − 4
———
− 4℞ + 16
1ʒ − 4℞
———
1ʒ − 8℞ + 16

Æquali ergo inuenta inter 12+1ʒ. & 1ʒ−8℞+16 debet reduci per additionem 8℞. vtrinque, vnde æquatio erit inter 1ʒ+16 & 1ʒ+8℞+12. Et si vtrobique auferatur 1ʒ. inter 16 & 8℞+12. tandem 12 ablato vtrinque, manebit æquatio inter 4 & 8℞. Diuisis ergo 4. per 8. fiet 1℞. $\frac{1}{2}$ siue $\frac{1}{2}$, cuius quadratum $\frac{1}{4}$. si ex 9. auferatur siue

est $\frac{25}{4}$. si verò quod numerus positus fuit $9\frac{1}{4}$ [illegible]) reliquus numerus [illegible] [illegible] fictus, Probatur, quia si [illegible] [illegible] relinquit quadratum: Similiter si [illegible] nentis [illegible] relinquit quadratum. $\frac{38}{4}$. $\frac{35}{4}$. $\frac{1}{4}$ qui quadratus est [illegible]. Item $\frac{2}{4}$. [illegible] a 21. id est [illegible] relinquit $\frac{4}{4}$. quadratum: latera sunt $\frac{1}{4}$. & [illegible]

XXVI.

Duo habent 200. aureos simul, & pecunia secundi diuisa per pecuniam primi, facit quotum $1\frac{1}{2}$ quæritur quantam quisque pecuniam habeat?

Ponatur pecunia primi esse 1ze. secundi verò 1A. & quoniam ambo habent 200. aureos, erit 1ze + 1A. æqualis 200. æquatio reducatur per ablationem 1ze. vtrinque, vnde manet æquatio inter 1A. & 200 − 1ze. Sic igitur secundam radicem resoluimus in primam, quod semper oportet fieri, & si adsint tertiæ, quartæ, &c. radices, earum valor ex primarum quoque inuestigandus est. Quare pecunia primi erit 1ze. & pecunia secundi 200 − 1ze. qui simul, vt patet, faciunt 200. Diuidatur igitur pecunia secundi per primi sic: $\frac{200 - 1ze}{1ze}$ æquatio nascitur ex hunc quo-

 tum

tum & $\frac{2}{3}$ Æquatio reducatur alterna multiplicatione, vnde manet æquatio inter 400 ÷ 2ℨ. & 3ℨ. Tandem reductione facta per additionem 2ℨ vtrobique manet æquatio inter 5ℨ. & 400. Diuisis igitur 400. per 5. quotus est 80. numerus prioris: Vnde secundus habet 120. Quod manifestum est, diuisis enim 120. per 80. Quotus $1\frac{1}{2}$. existit.

XXVII.

Est triangulum rectangulum, cuius vnum latus est √ȝ 8 + 3. Alterum autem latus, & basis simul faciunt √ȝ 162 + 9. quæruntur singula latera.

Ad dissolutionem huius Theorematis præsupponendum est ex Geometria quod, *quadrata laterum simul sumpta sunt æqualia quadrato basis.* Per B. sint intelligimus latus quod recto angulo opponitur. Nunc quia vnum latus est cognitum, alterum ignotum pro eo ponatur 1ℨ. Et quia basis cum latere incognito statuitur esse √ȝ 162 + 9 erit propterea basis √ȝ 162 + 9 ÷ 1ℨ. Ergo hæc latera 1ℨ. & √ȝ 8 + 3 quadrentur hoc pacto:

Per Prop. 47. primi.

1ʒ. & √ʒ 18+3
√ʒ 18+3

+√ʒ162+9
+18+√ʒ162

Facit: 27+√ʒ648. Nunc inquiratur quadratus basis hac ratione.

√ʒ162 +9 ÷1ꝛ
√ʒ162 +9 −1ꝛ

÷√ʒ162ʒ ÷9ꝛ +1ʒ
+√ʒ13122 +81 ÷9ꝛ
+162 +√ʒ13122 ÷√ʒ162ʒ

f. +243 ÷18ꝛ +1ʒ +√ʒ52488 ÷√ʒ648ʒ.

Inter hoc igitur quadratum basis & latera coniuncta, nempe 1ʒ+27+√ʒ648. est æqualitas. Reducatur æquatio per ablationem √ʒ648 vtrinque: vnde æquatio manebit ex vna parte æquationis 1ʒ+27. & ex altera parte 243—18ꝛ+1ʒ+√ʒ41472÷√ʒ648ʒ. Nam si subducas √ʒ648. ex √ʒ52488. quia sunt commensurabiles, (habent enim communem diuisorem qui eosdem metitur 648. & quotus est, 1. & 9. vnde habent proportionem noncuplam) reliquus subductionis est √ʒ41472. Sed nondum æquatio sufficit, vnde vtrinque adhuc tollatur 1ʒ. vt æquatio maneat inter 27. & 243÷18ꝛ+√ʒ41472÷√ʒ648ʒ. Adhuc continuanda est

reductio per ablationem 27 vtrinque, [illegible] demanet æquatio inter o. & 216 — [illegible] + √34 1472 ÷ √3 9483. Tandem æquatio reducitur per additionem vtrobique 18 ze & √3648 vnde manebit æquatio inter √3648 + 18 ze & 216 + √34 1472. Diui- daretur ergo 216 + √34 1472 per [illegible] abiectis signis cossicis 3. & ze propterea quod √3648 sit numerus radicum, sicut lex diuisionis præcipit, non secus quam si 12 per 4 ze. diuidendus esset, vbi etiam [illegible] Cossicus ze. quoque abijcitur. Sed quia diuisor est numerus radicum quadratarum compositus, ideo iuxta [illegible] tum nostrum 2. cap. 13. Algebræ [illegible] bit multiplicare per numerum similem mutato signo, sicuti etiam per similem transmutatum quoque oportebit multiplicare diuidendum, vt hinc nouus diuisor & diuidendus oriantur. Operatio talis est.

√3648 + 18
√3648 ÷ 18
648 ÷ 324 id
est 324 diuisor.

216 + √3 [illegible]
√3648 ÷ 18
— 3888 ÷ √3 13 [illegible]
+ √3 3 1233088 + √3 26873656

Facit √3 3359232 + 1296. Nouus diuidendus. Hic subduximus √3 134 [illegible] ex √3 30233088 quia sunt commensurabiles habentque proportionem [illegible]. & reliquus fuit

[illegible]

√ʒ3359232 Item ex √ʒ1268–38[illegible] id est,
5184 subduximus 3888. & reliquus fuit 1296. Iam verò si diuiseris √ʒ3359232 per 324. hoc est, per √ʒ104976, fiet quotus √ʒ32 & si diuiseris 1296 per 324, quotus est 4. Precium ergo 122. est √ʒ32 + 4 atque tantum est alterum latus trianguli quæsitum. Probatur: Nam si latus inuentum detraxeris ex √ʒ162 + 9 Summa lateris quæsiti & basis, prodibit basis pro reliquo cuius quadratum æquat quadratum laterum coniunctorum. Dispositio est talis:

√ʒ162 + 9	Basis est: nam 162. & 32 habent communem diuisorem 2. vnde quoti rationales sunt 9 & 4. qui subducti à se mutuo relinquunt 5. qui in se multiplicatus facit 25. qui per diuisorem ductus, erit 50 & præposito signo radicali, fit numerus oblatus & descriptus. Quadratum Basis:
√ʒ32 + 4	
√ʒ50 + 5	

√ʒ50 + 5
√ʒ50 + 5

+ √ʒ1250 + 25
50 + √ʒ1250

Facit: 75 + √ʒ5000. quadratum basis:
Inuenti lateris quadratum: √ʒ32 + 4
√ʒ32 + 4

+ √ʒ512 +
32 + √ʒ512

Facit: 48 + √ʒ2048.

Hoc quadratum coniunge cum quadrato dati lateris nempe 27+√ȝ648. Ex absolutis numeris puta 48.& 27. fit 75 & ex √ȝ2048.& √ȝ648.additis fit √ȝ5000. quia duo hi numeri √ȝ648. & √ȝ2048. sunt commensurabiles per 8. & quotos habent 16.& 9.qui additi faciunt 25. Hic in se ductus facit 625.& multiplicatus per diuisorem 8.facit 5000 quare totus additionis est 75+√ȝ5000. æqualis quadrato basis.

CONCLVSIO
Operis.

PLura hic Problemata vel Theoremata nolo attexere, ex propositis satis liquet *diuinæ Algebræ*, vsus. Obiter tantum hic est Arithmeticus monendus, vt vltimum Theorema, sic infinitas quæstiones existere, quæ sibi propositæ, sola numerandi cognitione dissolui nequeunt. Neque hoc mirum videri debet, quia Arithmetica non est τὸ ὅλον scientiarum, sed specialis quædam contemplatio Numerorum, quam sibi vindicat. Quod enim ad Geometriam, Medicinam, Physicam, aliasque scientias pertinet, id solius Arithmeticæ beneficio non expeditur. Non miramur quod sutoriam artem ignoret pistor, quod Medicus, Leges iuri-

peritorum explicare nequeat, quare dissolvendum problematis Geometrici, Operam Medici, vel alterius artificis à solo Arithmetico exigimus? Audiamus Aristotelem: δῆλον ἄρα ὅτι οὐ πᾶν ἐρώτημα γεωμετρικὸν, οὐδ' ἰατρικόν· Manifestum igitur, quod non omne problema Geometricum sit, aut Medicum: & paulò post: οὔτε πᾶν ἄρα ἕκαστον ἐπιστήμονα ἐρώτημα ἐρωτητέον, οὐδ' ἅπαν τὸ ἐρωτώμενον ἀποκριτέον περὶ ἑκάστου, ἀλλὰ τὰ κατὰ τὴν ἐπιστήμην διορισθέντα: id est, *Sciens non est quavis interrogatione interrogandus: neq; sciens ad quamlibet interrogationem respondere debet, sed ea solum problemata explicare & definire, quæ ad ipsius scientiam pertinent.* Imperitè igitur, insulsè & perperam quidam Arithmetico insultant si propositam quæstionem nequit enodare, quæ operam Geometræ, Medici, vel alterius artificis postulat. Neque hic solum peccatur, sed alibi. Proponuntur sæpè monstrosæ quæstiones, sæpè quæ casu fortuitoque in vna re locum habent, quas quia Arithmeticus non potest expedire, indoctus interrogator contemnit probum artificem, & gloriam ipsius apud inertes minuit, licet is à primo limine Arithmeticam non salutauerit. Non contemnitur Medicus, si in monstrosis morbis commutationes præter opinionem prædicens, scopo aberrauerit, quare Arith-

Lib. 1. post. Analyt. cap. 9.

Arithmeticus iners, & imperitus habebitur, si monstra quæstionum, si difficilia problemata sub regulas artis redigere nequeat? Nuper mihi fuit propositum hoc problema: *Quis est ille numerus, qui cum Vnitate, qui cum cubicatur, triplicatus vero cubus à triplo subductus, relinquat pro residuo Vnitatem?* Posui eum esse 1℞. cubus sic 1℈. triplicatus verò sic 3℞. cubus à triplo subductus est, 1℈—3℞. qui iam debet esse æqualis Vnitati. Reductâ æquatione manet æqualitas inter 1℈ & 3℞+1. Ex hoc numero debet nunc extrahi radix cubica, quæ quæstioni satisfaceret: Sed quia Exponentes non sunt Arithmeticè proportionales, quippe 3. 1. 0. non habent eundem excessum, proinde iuxta elementum 3 cap. 20. Algebræ, & iuxta doctissimum P. Christophorum Clauium, cap. 11. suæ Algebræ, ars non est inuenta huiusmodi radices eruendi. An ne ergo ego imperitus Arithmeticæ haberi debeam, si præstare aliquid vltra nequeam, quam ars polliceatur? Similis farinæ alia quæstio mihi nuper proponebatur, quæ visa ab alijs artificibus & egregijs Arithmeticis visum mouebat ipsis, quod hinc nostram peritiam numerandi examinare vellent. Non itaque officium Arithmetici est ænigmata dissoluere sua solius ope: quæ ad alias artes pertinent, vel problemata siue

Theo-

Theoremata explicare, quæ sub artem
non cadunt, sed munus ipsius est in nu-
meris versari, horum numerationem pro-
be firmiterque tenere, cum posse ostende-
re non solum in numeris absolutis, siue in-
tegris, siue fractis, sed in surdis, siue simpli-
cibus siue Compositis, æquationes posse
facili negotio reducere, diuisionem face-
re, radices quadrati, cubi, biquadrati, bi-
surdesolidi cæterorumque figuratorum
numerorum posse inuestigare & eruere.
Hæc propter sciolos quosdam monenda
habui, qui nihil hac arte, aliquam quæ-
stionem ex libro quodam furtim deprō-
ptam memoriæ mandant, & Arithmeti-
co proponunt, ignari proprij problema-
tis, nihilominus illius frontis sunt, vt hinc
artifici suam laudem eripere stu-
deant. Laus sit Deo & B. Ma-
riæ semper Vir-
gini

F I N I S.

ORATIONES

DVÆ, QVARVM

PRIOR EST DE NA-
TVRA FEBRIS PETICV-
LARIS EIVSQVE CVRATIONE
poſterior de ſtudijs Chymicis con-
iungendis cum Hippocraticis,ha-
bitæ in Auditorio Medico-
rum Colonienſi

AB

HERMANNO FOLLINO
PHIL. ET MED. DOCTO-
re & profeſſore.

Invidia Comes virtutis.



COLONIÆ AGRIPPINÆ,
Apud Gerhardum Greuenbruch.
ANNO M.DC.XXII.

NOBILISS. AMPLISS. ET
Prudentissimis Viris & Dominis

D. IOANNI A BOLANT,

nec non

D. MELCHIORI GAYL,

Sacræ, inclytæ, & liberæ, Imperialis ciuitatis Coloniensis.

CONSVLIBVS

Dignissimis, Dominis, meis Gratiosis & Benignis;

Cum ALGEBRA

Hasce duas ORATIONES
Monumentum.
Quod debui Aureum, vel Marmoreum
Sed
Quod volui pro tempore, quodq; habui pro facultate
Litterarium & chartaceum,
Mole paruum, vtilitate magnum,
Nec manu CAPIENTIS librandum
Sed animo TRIBVENTIS ponderandũ,
In
Debiti honoris Τεκμήριον.
Constantis obseruantiæ σύμβολον.
Grati animi Δεικτήριον,
consecrat, dedicatq;

HERMANNVS FOLLINVS.
Anno CIƆ. IƆC. XXII.

BENIGNE LEctor,

An ſecundùm hic verbi opus eſt? non puto. Quæ dicere volui, in alio Præloquio dixi: Tu tantùm noſtris laboribus fruere, vel ſi diſpliceant, ſodes ignoſce, ſi loquar

Me me ſat uero decet prodeſſe volentibus. Ergo
Carpere tu noli noſtra, vel ede tua.

MAGN

MAGNIFICE DOMINE
RECTOR,

NOBILISSIMI, ET AMPLISS. DOMINI CONSVLES, Excellentissimi, Expertissimi, Reuerendi, Eximij, Consultissimi viri Doctores, Prudentissimi Senatores, Auditores denique Spectatissimi.

QVANQVAM non mediocriter me perturbet insolita perorandi consuetudo, Nobilissimorum & grauissimorum auditorum, qui huc frequentes ad hanc solennitatem decorandam conuenerunt, conspectus longe amplissimus, locique angustia in quo pedem fixi, ex quo nec fugere turpe esset, vel oscitanter dicere ignominiosum, tamen si cogitem quod de morbo dicturus sum, quo fere nihil seuerius, nihil monstrosius esse possit, quodque vestra humanitas, vestraque beneuolentia erga me tanta sit, vt hodie non velut iudices meae declamationis, sed amici, imo veluti promotores huius quem consequar honoris, accesseritis,

 no-

non possem non denuo, omissis [illegible] mihi de tanta felicitate gratulari, vitamq; ad [illegible] cendum resumere. Etenim quis pervidit [illegible] pio, vel Simiam purpura ornabit, vel [illegible] honestam meretricio cultu vestiet? Non [illegible] singulis rebus conueniunt. Habet [illegible] que suum quo vult pingi colorem: habent [illegible] suam orationem, qua describi postulant. [illegible] lijs vocibus Philosophus, alijs Theologus, alijs Medicus vtitur, quibus sua [illegible] Si igitur in exprimenda idea [illegible] morbi, quem Vngaricum a familiaritate [illegible] indigerent, non penicillo oratorio, [illegible] Rhetorices vtar, sed Medico, quod [illegible] sibus obijcit, haud vestrum quenquam [illegible] puto, qui propterea nos velit, vel [illegible] to reprehendere. Quid enim peccati [illegible] titur, si monstrosa febris, pro [illegible] monstrosa oratione [illegible]? De [illegible] [illegible] ergo [illegible], [illegible] [illegible] dubitare qui possem, quorum [illegible] ctus carpo hoc ipso tempore [illegible] bar ipsa verba profero? [illegible] bit me [illegible] Febris [illegible], ad quo[illegible] plerique mortales [illegible] & corpora [illegible] lent [illegible], [illegible] ipse morbus [illegible] [illegible] genere [illegible], non [illegible] [illegible], authoritas, experientia, [illegible] nu differam de immani hac bellua, quae [illegible] stes & imbelles iuxta crucia[illegible] & [illegible] Alias de peste, quae instar [illegible], [illegible]

[illegible]

breuiter scripsi: nunc de febre pestilentiali breuiter dicam, quæ ferocia, immanitate & furore ad eandem proximè accedit, atque hoc ita factum populari sermone, vt omnes audientes, licet Medici non sint, tamen quid sit febris pestilens, & quomodo profligari, apertè & planè possint intelligere, modò ad breue temporis interuallum me sua fauore aut adignentur.

Vt pictores ingeniosissimi artifices, quando hominis, vel alterius cuiusdam animalis imaginem ad viuum cupiunt exprimere, primum rude quoddam opus delineant elegante naturæ imitatione, quæ semper ab imperfectis ad perfecta solet progredi, & posterius vario colore varijsque penicillis eandem perpoliunt, sic nos in Idæa febris pestilentis exprimenda, prius rudites eandem adumbrabimus, & tandem penicillo accuratiore perficiemus. Febris itaque pestilens meo iudicio nihil aliud videtur esse, quam, vt cum Poeta loquar, monstrum horrendum, ingens, informe, quòd nec Tyrannidem, Rhinocerotem, Vulturem, Leonem, Vulpem, Hircum, Cantharides, Cuculum, Lupum, Scorpionem, testudinem possis dicere, sed ex omnibus his bestijs fermè compositum. Nunc non amplius loquatur de suo monstro Afer, sileat de sua bestia septem capitum Theologus, taceat fabulosus Poeta de suo tricipiti Cerbero: Nos Medici paulò In Apoc Ioan. c. 13.

[illegible] , [illegible] non [illegible]sum, sed verum, [illegible] sed natura[illegible]le. Si quis ex arbore [illegible] esse negare non potest, si [illegible] esse admittet, [illegible] tam certi esse possumus, vt ex insidiis non [illegible], ex [illegible] nem, ex tardo [illegible] morbi [illegible] non agnoscamus? [illegible] Auditores, [illegible] eis [illegible] cum bellua truculentissima [illegible] ratum esse duximus. Qui Deum creatorem [illegible] Angelos incorporeos, quæ accidentia [illegible] capit, cognoscit & intelligit, nisi per [illegible] creaturæ & corporum, à quibus species [illegible] quarum beneficio intelligimus? Vt enim [illegible] licet fuerit acutissimus, nequeat cernere [illegible] quod coloratum, lucidumq; existit: sic intellectus noster non capit nisi corporeum, vel quod sub ratione corporis repræsentatur. Nunc [illegible] istud, quo pestilens febris fuerit, non [illegible] qualitatibus primis vel secundis [illegible] ex temperamentorum [illegible] proficiscatur, sed ex mixtorum formis ducat originem, [illegible] stemq; naturam referat, [illegible] iudicat, quod vires [illegible], [illegible] truculentis belluis comparauimus? [illegible] tra non peccat, si [illegible] gratia, pro linea [illegible] dali eiusdem partionem supposuerit: Mathematicum [illegible] reprehensionem est, si superficiem à corpore consideratione sua abstraxerit, licet talis nequeat existere: Physici hodie ingenio [illegible] & perspicaci sunt, vt [illegible] potentia [illegible] [illegible],

bus. Deum extra mundi complexum præsentem esse concipiant, vbi tamen nihil [illegible] fatentur, qui [illegible] Medico [illegible] fingendi, [illegible]gendi, diuidendiq́ animo potestatem concedentes, quam [illegible] sese integre [illegible] habeant, vt planius & euidentius demonstrem naturam illius feræ, quæ totum orbem terrarum populatur? Non enim in Hungaria solum regnat, vnde morbus Hungaricus vocetur, sed per Galliam passim, Hispaniam, Germaniam, totamq́ Europam, & nostram quoq́ Coloniam sæuissime debacchatur. Nidum suū habet hoc monstrum in Hungaria, quam ita [illegible], vt nullo tempore ab eius amplexibus possit auelli, nomenq́ hinc habere capit. Sic Phthisis Lusitaniam, Bronchocele Sabaudiam diuexat: Sic Struma Hispaniam, Hydrocele Galliam deformat: sic Icterus Calabriam, Scorbutus Hollandiam deuenustat: Sic Elephas morbus, (vt cum Poeta loquar) qui propter flumina Nili, gignitur Ægypto in media, neq́ præterea vsquam. Atthide tentantur gressus, oculiq́ in Achæis, [illegible], & vt breuiter dicam, vnaquæque regio, domusq́ suos patitur manes. Age verò si [illegible] hoc [illegible] tres, si pictam [illegible] monstrosam imaginem [illegible] penicillo exhibitam, [illegible] cognoscere. [illegible] [illegible], [illegible] [illegible], quas [illegible] [illegible] [illegible] compar [illegible] Aristoteles in Cypro insula fornacibus æreis, vbi Chalcitis lapis diebus pluribus crematur, in Medio igne nasci vo-

Lucretius lib. 6. de Natura rerum. f. 129.

Lib. 5. de Hist. Animal. c. 19. Plinius li. 11. c. 36.

dit pennatum quadrupes quod Pyrausta dicitur. Hoc maioris Muscæ magnitudine per ignem saltu ambulat, volat & quamdiu est in igne viuit: quando verò euasit longiore paullo volatu tunc moritur. Si pisces in Oceano, in fluminibus, in elemento humidissimo generentur, nolite mirari si quod animal velut Pyrausta, in igne elemento siccissimo viuat & extra eum moriatur. Pyrausta nostris mor-
Symptomata. bus est: in igne consistit quicquid vitium habet:
extra ignem penitus languescit. Febris, quæ vernacula Præceptoris Hippocratis lingua [illegible]
Febris. ignea sua potestate salit in arterijs, palpitat in Thorace, volat in neruis. Quamdiu morbus est in corpore, tamdiu miser homo febrit, quando autem febris desinit, nulla ipsam amplius stomachi [illegible] ria, nulla sitis Tantalica, nulla linguæ aridæ
Sitis. scabrities, scissuræ quæ ignis sunt testimonia, [illegible] significant. Non enim Hippocrates tantum vel Galenus, vel vnus medicorum recentiorum Fernelius, Rondeletius vel Hollerius docet febrem esse calorem [illegible] qui commutatus est in [illegible] sed oẽs Medicorum Scholæ, oẽs Academiæ [illegible] si morbus Vngaricus est febris, ut [illegible] demonstrant. quæ paulo ante recitauimus, quid non credit animal hoc ex igne nasci? quis Pyraustam non agnoscit? [illegible] in hoc morbo videre cupitis, agite & considerate mecum quòd, authore Philosopho, hæc auis in excelsissimis rupibus nidifi-
De Hist. cet vt hinc raro nidum pullosque eius liceat reperi-
Animal. re. An non similiter febris hæc pestilens ilico instar
lib. 6. c. 5. vulturum ad supremum tectum nostri corporis, puta

cere-

[illegible] ascendit, & d[illegible] velut i[illegible] — *Dolor capitis.*
[illegible] [illegible], [illegible] deli-
gere? Quoties [illegible] molestias [illegible] de
[illegible] capitis audiuimus? quoties [illegible]
mortales [illegible] morbi, [illegible] fuisse
deprehendimus? Alij de suis [illegible]
[illegible], alij de vini [illegible] & adultera-
[illegible] velut [illegible] loquebantur: de bellis [illegible]
[illegible] multa effutiebat. De consilio, stra-
tagematibus, belli [illegible] erat sol-
licitus denique quisque de sua arte, [illegible] ge-
nere vitæ [illegible] somniabat, vt [illegible] dixerit Po- — *Deliriũ.*
[illegible] auſſi dicis [illegible] som-
nis curans. Atque hac [illegible] non vno aut altero die
tantum perseuerabat, [illegible] plures in dies proroga-
batur, atque [illegible] ad extremum morbi, vt merito in
excelsa rupe virium imbecillitas subitanea homi-
nis, vultur hic nidificasse appareat. [illegible] verò fa-
cilius est in hoc medico monstro Leone cognoscere,
qui velut [illegible] ex animalium sua fortitudine & robore
cunctis antecellit. Exigua gloria est pueros eden-
tulos [illegible] fœminas [illegible] posse
prosternere, & imperio suo subiugare: at maioris
laudis & roboris est viros posse pedib. proterere,
[illegible] tantum, sed quos natura [illegible]
effecit, quosque mars aliquot annis exercuit. No-
ster [illegible] est circa personas: non sexu, non
a[illegible] neruos magni æstimat [illegible]
[illegible] & robustos, generosos &
degeneres [illegible] iuxta adoritur. In
qua dimicatione [illegible] quas vires oportet
expro-

expromere, quos lacertos intendere, vt magnanimo huic Leoni resistamus? Et quamuis Herculeo simus animo, quamuis robore Samsonis præditi, tamen primo congressu palmam [illegible] qua vitam tueri volumus lacera[illegible]. Medicus in subsidium pugnæ vocatus, ex repentina virium imbecillitate statim colliget, quam deplorandus æger cum Leone pessime pugnauerit. Si solum ab occursu tantum Leonis expauescamus, quo vultu? quibus viribus, fulturi fuimus vbi ex pugna cum Leone attriti de[illegible], vt nec genu[illegible] per[illegible], nec manus præ tremore valeat officium facere? Vtinam adhuc aperto Marte pugnaretur, quando in hanc arenam [illegible] descendere, non vsque adeo ab hoste timendum esset: at ex insidiis vita petitur, non Leonis [illegible] tum robur, sed vulpis astutiam oportet [illegible]scere. Induciæ vbi nobis concessæ esse videntur, clam hostis bellum gerit: vbi nihil periculi esse videtur, ibi vitam ponimus. Romanos laudo, qui suos feciales ad bellum indicendum mittebant, antequam id susciperent: Odi artes Machiauellicas, quibus exclusa beneficentia, vtilitatis tantum habetur ratio: detestor fraudes Mansfeldianas, quibus fortunæ, non datæ fidei consulitur. Vis Leonis [illegible] est, sed vulpeculæ fraus capitalior. Etenim quæ [illegible] esse fraus maior quam pulsu, Vrina & excrementis naturalibus, velutis indiciarum testibus, omnia fausta ac salutaria polliceri, & interim clandestina vi hominem perimere? Hinc illa vox admirabilis Medici auditur:

Tremor artuū, ex Veneno.

Fallacia.

Vrina

Vrina bona, pulsus bonus & æger moritur! at in Cœli prænotionibus hanc formam quæ extra rationem naturæ est, Opt. medendi præceptor malam esse pronuntiauit. Cognoscitis ergo Auditores, morbum hunc vulpem esse, quæ multo ingenio [illegible] exercitatos Medicos decipit, & miserum patientem [illegible] trucidat. Vidi ego meis oculis puellam robustissimam [illegible] sublatam esse è medio, quam nulla sitis, ardor, subuersio stomachi, anxietas corporis, aliudque malum vexauerat, nisi leuis dolor capitis, de quo apud domesticos conquesta fuerat. Maximum illud morbi testimonium est, repentina virium collapsio, quam non possis fieri, nisi diuinum quid esset, quod vitæ insidias tendit. In cæteris morbis qui veneni sunt expertes, ægrotantium vires sensim sine sensu atteruntur: in hoc malo vero (mirabile dictu) quanta celeritate cadunt, quanta vi præcipitentur. Id verò malum multo maximum est, quod non saturetur [illegible] hominis quem afficiat, sed instar lupi cuiusdam in familiares, consanguineos & propinquos quemque crudeliter [illegible]. Patet id quotidie ex densatis funeribus, quæ magno cum mœrore [illegible] intuetur: id domus desertæ testantur, liberi suis charissimis parentibus orbati, licet fari subinde non possint, tamen lacrymarum vbertate vestiumque luctu loquuntur. Horresco adhuc totus, dum recordor animo puerorum, mulierum, & robustissimorum virorum cadauera, quæ pestilens malignaque lues congesserat.

[illegible] dabilis

Contagiũ.

ferat, & auctoritas Amplissimi magistratus de illum nobis indicandum censerat. Lupus [illegible] est, quem non [illegible] pietas, [illegible] innocentia, non muliebris sexus infirmitas, [illegible] solum sanguine placatur, nec [illegible] humanum, non vnius sed plurium. [illegible] consideratione huius lupum non timet, ille vel [illegible] temerarius est, vel mente captus [illegible] ingens malum, quod multorum [illegible] bus impendet. Optarem sane vt nostri [illegible] nienses paullo plus metuerent, nec [illegible] armaturam inexpugnabilem adhe[illegible] ram e[illegible]rent, magisque crederent [illegible] de hac iudicantibus, non admitteret [illegible] gregiæ R. sp. quos hoc monstro dilaniatos [illegible] intelligimus. Caueant sibi ne eam [illegible] lenem quam olim Ampliss. Consul [illegible] censis suis ciuibus occinuit, cum [illegible] Medico derogarent, indicanti morbum [illegible] stilentiam, vnum castigatione docere [illegible] Discite moniti, non temnere Diuos: *necessum sit ipsis audire, quando incredulis [illegible], plurimorum [illegible]. Multas feras vel [illegible], Leonem, Vulpem, lupum, [illegible] ex quibus monstrum componitur, non tamen adhuc omnes perse[illegible] sum. Videor n. mihi obseruare quod [illegible] Rhinoceros, Canis, Hircus, Cantharis, [illegible], Sanguisuga, testudo, denique Scorpio [illegible], quæ non minus id de quo loquor monstrum [illegible]*

[illegible]

fluunt, quam animalia quæ primo recensui. Si ad aluinam corporis regionem oculos conuertamus, quis hic Rhinocerotem non agnoscit, qui semper in conflictu istam partem animalium impetit, quam forsitan ad vitam tuendam conseruandamque valde necessariam esse arbitramur? Pax sit auribus, Auditores, si oratio nostra ad fæces alui, ad excrementa corporis deuoluatur, quæ non acrimonia mellis, non copia recentis musti, non [illegible] doniorum pomorum astrictio exturbat foris, sed virus perniciosum in hoc morbo propulsat & eliminat. Etenim non tam crasso corpore esset ingenio vt cogitemus alui profluuium magis prodesse quam obesse, plus ad salutem quam ad interitum facere. Pax non est, vbi bellum geritur: amicus non est, qui alium vult interficere: hostis est qui ciuitate proprios ciues & incolas exterminat. Certè non secus hic agitur, quam si ciuitas ab hoste occuparetur, armis res tantum gereretur, pro aris ac focis pugnaretur, denique sanguis non sine horrore profunderetur. Excrementa [illegible] sanguinem vero mecum procul dubio ciuem legitimum corporis esse iudicabitis: at hic sæpe leniter per narem veluti per vnam portarum stillat, sæpe initio morbi liberaliter plenaque manu quasi cætera [illegible] per eandem ruit: sæpe per aluum profluuio dysenterico cum torminibus, & carnificina [illegible] profluit. Sanguisugam morbum hanc [illegible] reformidauerim. Ex auditu vel lectione non habeo, quæ commemoro. Vnde

Profluuium alui.

Hæmorrhagia Ma- [illegible]

Dysenteria.

sed

sed recenter miserando spectaculo interfui, dum famulus auriga cuiusdam, iuuenis florente ætate, in hac ipsa ciuitate vehementia morbi aliquot libras sanguinis è naribus consentientibus omnium qui adfuerunt iudicio, effudit. [illegible] incolarum habitu, moribus & conditione, quæ ante excrementa esse diximus, quis Mephitim non percipit? quis non exclamat, hirco sunt omnia plena? Oculos claudamus, nos ipsi [illegible] Catulli aliorum iudicio, sudoris miram grauiolentiam, facum ventris intolerabilem [illegible] rem, Vrinæ ingratissimum odorem percipimus. Non tamen ea sunt omnia, sed certius [illegible] argumentum est, quòd hircus sudans, [illegible] ab ortu suo se mirum in modum moueat, saltet & exultet non sine spectantis Medici admiratione futurique mali præsagio. Vt enim [illegible] ex auium diuerso volatu, Nestor, quidam vel prosperi [illegible]tur, sic Medicus ex [illegible] dibus [illegible] Hippocratis, Exsudantes, [illegible] bescentes malum esse pronunciat. [illegible] quippe excretio est, quæ naturam [illegible], non leuat: malum est quia natura [illegible], nec promouetur. Quid si [illegible] hircus de[illegible] nat ab initio sua origina, veneris onus, liquidum viride, [illegible] pingue & [illegible]mosum, quis [illegible] Alexipharmacum opus esse inficiabitur? Quid ad[illegible] ex [illegible] semper [illegible] est, vt illico non [illegible] tantam putredinem nisi venefica vis [illegible] steret, à febricula, tam breui temporis interuallo, non posse sobolescere? [illegible]

[illegible]

Excremẽ-
ta fœtida.
Sudor,
Stercus,
Vrina.

rum Vroscopus non tantum magnitudinem putredinis sed ineffabilis veneni perniciem cognoscit. Laudabilis enim Vrina, si febris, sitis, dolor capitis, Cardialgia, virium collapsio, vel aliorum prauorum symptomatum syndrome præsens fuerit, liquido venenum quasi intento digito demonstrat: tenuis & cruda in principio febriculæ, facultatum corpus humanum gubernantium imbecillitatem arguit: crassa & turbida maximam putrefactionem, ebullitionem, commotionem humorum, naturæq; impotentiam significat, quæ nequit separare crassum à tenui, humores continere & conficere. Quare si cocta subito fuerit, grauius malum, si rubea vel in superficie quid æruginis contineat, perniciosam vim, si fœteat, hircumq; oleat, putredinem portendit. Ex hac humorum ebullitione instar ollæ cuiusdam aquâ feruidâ plenæ, miser homo in Caninos mores degenerat. Qui eructare turpe erat, eum iam non pudet palam vomendi desiderium ostendere, vel in conspectu familiarium, consanguineorum, & grauissimorum virorum vomere cibos vel putredinem vel pharmacum redolentes, quibus lectum sæpiusq; totum cubiculum implet. Si enim halitus pestilens os ventriculi feriat, nausea, cibiq; fastidium procreatur: si corpus eius attingat, vomitus sine dubio subsequitur. Vt in Oceano fluctus fluctum trudit, ita in hoc morborum monstro vnum ex altero nascitur. Etenim quis Cantharidum vim non agnoscit, vbi hypogastrium inci-

Nausea. Vomitus.

Vrinæ retentio..

pit aqua tumescere, quando vesica aurā pestilentem ex humorum agitatione sensit? Retinet vrina loco suo conclusa & malum malo cumulat, ardoremq; ægrotanti excitat quasi misellus ebibisset Cantharidum puluerem, quæ parti nominatæ sunt exitio. O quot laquei sunt vitæ finiendæ, quæ suopte ingenio breuis existit! Si quis parui stigmata oculis perlustret quæ in thorace, dorso, cæterisq; corporis partibus apparent, non secus æger in hoc morbo, quàm Cuculus punctu distinguitur. Parum erat tot mala pati, tot asfidua obnoxium esse vnum hominem, nisi pariter accederent myriades stigmatum, quæ & multitudine & colore nunc sanguineo, nunc liuido, nunc nigro sanos & astantem percellerent. Multitudo enim macularum, copiam veneni, color autem feritatem ipsius demonstrat. Mater vbi videt liberos suos de vita periclitari, accurrit anxia, dexteram porrigit, hominemque noxiam repellit, quæ naturam veluti parentem sollicitum non obseruet, nobis in discrimine vitæ versantibus opitulari, vtraq; hostem omnibus modis repellere non expectata temporis commoditate, qua id post humorum coctionem securè possit perficere? Malum non dat inducias vbi in corpore receptum est: sæpè tertio vel quarto die id conatur extrudere natura, quæ crudelitatem hostis examinat, sæpe nono vel vndecimo ob humorum crassitiem in quibus virus stabulatur. Si igitur malitia humoris, ebullitio, & copia facultatem ad excretionem stimulent, meritò terret nos hic Cuculus

Morsus pulicares.

Lib. 6. Histor. Animal. c. 7.

cuius qui velut infelix auis infortunium nobis auguratur. Enimuerò ſicut ex repentina macularum excretione, feritatem & crudelitatem mali nos laceſſentis intelligimus, ſic ex veteri huius Cuculi cantilena, ex priſtino morbi inſultu & conflictu cum natura, docemur hoſtem adhuc non eiectum eſſe corpore, ſed eijciendum, copias aliquas leuis armaturæ diſſipatos eſſe, cuneos verò militum, aciemque robuſtiorem loco ſuo conſiſtere. Secus verò hic accidit, quàm in alijs pralijs vbi vnica hora vno vnico temporis momenteo victoria paratur, hoſtiumque, vires extemplò ruunt caduntque: hic autem propter veneni genium, quòd coctione non corrigitur, ſenſim ac lente morbus elangueſcit, vt Teſtudinem ob id nominare mihi placuerit. In febribus malignis nunquam ego criſin ſalutarem, perfectamque nunquam experientiſſimus Doctor Mercatus, Hiſpaniarum Regis Archiater, nunquã Excellentiſſ. Vir Clariſſ. Doct. & Profeſſor HoltZemius, & Decanus noſter Ampliſſ. quem honoris ergo nomine obſeruauit, quanquã non vnum aut alterũ, ægrotum ſed ferè quadringẽtos diuina ſua arte ab hoc pernicioſo morbo, vindicauerit, & ſanitati priſtinæ reſtituerit. Non dubito nunc (Auditores Ornatiſſ.) quin monſtrũ hoc ex partium ſuarum declaratione facilè cognoſcitis: at habitabitu adhuc, vbi naſcitur? quis parẽs fœtus tàm prodigioſi? Ex quo ſemine immanis hæc fera gignatur? Dicã vobis, ſed tribus verbis: Proles eſt Scorpionis terreſtris; *quæ cum* Criſis nulla.

dixi, omnia dixisse mihi videor. Si fœtus parentibus similis sit, Scorpio noster morbus est: si terrestris sit, corpus nostrum illa terra est in qua gignitur: si proles sit Scorpionis terrestris, parentem suum cui vitam debet, infanda sæuitia interficit. Nos parentes morbi sumus & ab eodem deuoramur: Ex sanguine nostro ducit fera originem, & vitæ finem nobis imponit. In nobis tanquam in vtero materno concipitur, fouetur, nascitur, & veluti Nero quidam matrem suam occidit. Oritur magis in pueris, iuuenibus, adolescentibus quàm in senibus: nascitur potiùs in calidis & humidis temperamento quam reliquis: gignitur frequentiùs in obesis pinguibusq́; quàm gracilibus, in regione potiùs calida & humida, vere potius quàm æstate, vtpote quæ maiorem putrilaginem procreat, deniq; in densis potiùs quam raræ texturæ corporibus, ob quotidianæ fuliginis effluuium retentum, quòd necessitate quadam debet putrescere. Semen immanis belluæ sanguis noster est, sed putrefactus in venis maioribus, vaporis, non semper solus, sed sæpe cum alijs humoribus, bile, pituita & melancholia commixtus, quamuis præcipua materies vitiosi apparatus sanguis existat. Mirabimini forsitan hoc monstrum venenatum in nobis nasci, ex nostro sanguine originem ducere: at si perpendatis, quòd Doctiss. Hollerius Scorpionem in cerebro hominis natum viderit, quòd vngues excrementa nostri corporis assumpta, nos haud secus per-

Hist. lib. 5. de Hist. Animal. c. 16.

Lib. 5. c. 17.

turbent quam infame Antimonium, quodque menstruum mulieris, iudicio Doctissimi Mercurialis, coeuntem febre pestilenti contaminet, omnem admirationem esse depositurum. Aer enim semipestilens, quem vel liberior aura non verberauit, vel quem siderum maleficorum conspectus fluxus aliorumque causarum concursio genuit, humores nostri corporis ex esu alimentorum prauorum natos veluti parens pernicioso halitu impregnat, fouet, animatq; vt gignatur monstrum quod ab ignea vi Pyraustam, à capitis obsessu Vulturem, à robore Leonem, à fallacia vulpem, ab alui ruina Rhinocerotem, à vomitu Canem, à fatore Hircum, à crudelitate & contagio Lupum, à vesica læsione Cantharides, à stigmatibus Cuculum, à tarda morbi solutione Testudinem, deniq; ab ortu ipsius Prolem terrestris Scorpionis indigetanimus.

Ita delineauimus vobis monstrum, Auditores Nobiliss. & Ampliss. cuius Herculem veluti domitorem eius in altera Orationis mea parte quantâ possem breuitate subyciam.

Medicus ergo exercitatus ad domandam hanc belluam, verus Hercules est, qui tribus armorum generibus Diata, Pharmacia, & Chirurgia, atrocissimam feram domat: domitam finibus corporis expellit: Expulsam cohibet ne infiniti mortales repentina internecione deleantur. Si putredo & venenata vis, coniunctis viribus in morbo pestilenti dominentur, cum iuxta celebratissimum Medicorum axioma, contraria

contrarijs curentur. neṁo Physi[illegible]rum tam imperitus est, quin statim colligat a[illegible] frigidum & siccum esse oportere, putredi[illegible] gratia quam calido humidoque fieri Philosophorum decretis manifestum est. Venenum [illegible] diuinioris est originis, sic cæleste[m] mag[illegible] requirit, quâ coerceri & superari debet. [illegible] bi talem quæremus, licèt cubiculum fuerit [illegible] quilonem, si cœlum pluat, si continuus [illegible] descendat, veluti elapsis mensibus conti[illegible] natura deficiat sit ars subsidio: excludatur [illegible] minum frequentia: sternatur pauimentum fo-lijs violarum, rosarum, vitis, salicis: poma au-rantia, citriaque collocentur: aquâ la[illegible] rosarum, vel aceto alijsque odoriferis aer [illegible] getur.

Si vigiliæ sint immoderatæ, frontalia ex vnguento populeonis ex pauco opio & [illegible] præscribentur: lotiones manibus pedibusque adhibeantur ex papauere albo, nymphæa, lactuca cæterisque soporiferis: emulsio seminis melonis, papaueris albi, cum speciebus diamargariti frigidi in vsum ducatur. Somnus quoq; non sit nimius præsertim inualescente veneno, quod bene[illegible] huius intro ad viscera contendit. A motu corporis pax sit: ab omni perturbatione animi [illegible] mens esto hilaris, esto quieta. Multi sæpe peruenirent ad salutem nisi desperatione adacti, omnem spem vitæ ante tempus deponerent. Valde nocet omnis repletio, omnisq; immodica exinanitio: prodest alui soluti, quæ si sponte non suc-

cedat,

cedat, ea balano vel communi clystere procuretur. Aperta sunt quæ dixi, sed magis obscura quæ de potu ciboque ægrotantium tractantur, vtpote num vinum in his febribus concedere oporteat? Scio, Auditores, quòd si hodie vos iudices huius quæstionis fecerim, proculdubio magnam partem fore, quæ statim iudicabit ex virium repentinâ imbecillitate, ex febriculæ blando calore, Mosellanum propinandum esse, ne vires penitus cadant & superstites conseruentur: at ego vino abstinendum esse existimo, maximè in principio morbi, licet haud ferox esse videatur. Quid vulturi alas vultis addere, vt mentem magis commoueat? quid vehiculum suppeditatis quo virus citius ad regionem cordis deducatur? Quid flammam flammæ adijcitis & Pyraustam noxium fouetis & alitis? Ne tamen crudelis habear, facilè haustulum vini Olygophori ad vires recuperandas in progressu morbi concesserim, nisi ipsa Syncope *à magnitudine febris oriretur. Præstat aquam acetosa stillatitiam, poscam, aquam hordei cum modico succo granatorum, Iulep rosatum cum aqua acetosa, vel aquam hordei si vehementer sitis vrgeat, vel* D. *Ludouici Mercati consilio, aquam nitidissimam in qua aurum candens sæpius sit extinctum, bibere. Ad cibum quòd attinet, illa verior sententia est, vt inter multum & paucum ambigat. Cum forti Leone pugnatum est: collapsæ sunt vires: calor reliquus tam valens esse nequit vt multos* Gal. 12. Methodo med. prohibet.

; Aph. 10. *cibos conficiat. Corpora quoq; horum ægrotantium impura sunt, quæ quanto magis nutries, tanto magis lædis: Cibus enim interuo inquinamento vitiatus auget morbi fomitem, & dominium ipsius amplificat.*

Lib. 5. cap. 129. *Paucus verò cibus, dicente Aëtio ex Herodoto, prauitatem humorum exasperat, quàm ciborum attemperatione demulcere oportet. Si igitur vitellos ouorum cum modico aceto, Omphacio, vel succo citri aut arantij, si consummata in aqua acetosæ, cardui benedicti, pullos gallinarum, pisces Saxatiles cum succo granatorum exhibueris, certe putredinem imminues, ægrotantem reficies, & venenatam vim castigabis. Enimuerò hæc diætetica*

Chirurgia. *panoplia non est sola hosti grauissimo opponenda: cultris præterea opus est, sanguis effundendus, iugulanda est bestia antequam nos iugulet. Etenim si maculæ non appareant, si semina adhuc delitescant quibus trepidant nonnulli Medici, quis non concludat sanguinem esse mittendum nisi vires obstiterint? Morbus in putridarum febrium censu est, Sanguis maximè veneni vehiculum, obstructio tollenda, ventilatio promouenda, portio sanguinis excludenda, ne totus sanguis, optimus vitæ thesaurus malefice vi contaminetur.*

Lib. 11. de methodo Med. Lib. 3. c. 1. *Certissimus medendi Dux Galenus indifferenter in putridis febribus venam aperiri præcipit: AuenZoar inter Arabes Medicus iactat sanguinis missione se plurimos laborantes hac febre curasse: Doctiss. Mercurialis, Experientissimus Mar-*

Mercatus, Clariß. Ron[illegible] [illegible]. Non tamen quouis tempore, & in [illegible] anni tempori[illegible]s parte indiscriminatim celebranda [illegible] se-ctio, sed delectus temporis locique habendus est, neque tantum sanguinis educi debet, vt vires [illegible] sed morbum tollas In summis caloribus quando Canicula fulget sobriè admodum vel omnino nihil sanguinis extrahendum est. Quod Galenum Principem medicinæ docuisse, memini ad Glauconem me legere. Quis quoque in febre pestilenti, post morbi principium quando corporis putredo inualuit, viresque diminutæ sunt, tam audax Medicus erit, vt contra Hippocratem, qui in Critone curando abstinuit a venæ sectione, quia referente Galeno initio non fuit accersitus, audeat Phlebotomiam exercere? Quis quoque in peticulari morbo, licèt sit morbi initium, licet vires constent, tantam copiam sanguinis ausus esset elidere, quantam febris magnitudo postularet? Non probo D. Mercati opinionem, qui nescio qua seueritate, venæ sectionem repeti cupit, Dandum est interim aliquid moribus gentis: Hispanus fuit: nos Belgæ, nos Germani mitiores sumus, & crudelem istam medicinam improbamus. Nunc si nulla sit mensium retentio, nulla hæmorrhoidum suppressio, præstat venam basilicam dextri lateris vulnerare, sanguinemque euacuandũ profundere, vel Cephalicam vel venas pedum in dolore capitis reuulsionis gratia aperire, quam sedu vel malleoli venam tundere, quæ ad cohibitum sanguinẽ educendum

[illegible] cap. [illegible]

3 Epid. com[illegible] tit. 26.

Lib. 5. Consil. & Epist. Epist. ad Ioach. pag. 339.

meritò anteponitur. Leuis controuersia est de qua disputaui: grauior verò, an vena possit aperiri post macularum vel exanthematum eruptionem, quæ doctissimos premit, & viros in opere artis exercitatos cruciat. Quare oro vos, viri expertissimi, vt si in definiẽda hac quæstione [illegible] cespitẽq; me vestra doctrina instruatis, & [illegible]ribus argumentis in viam reuocetis: si verò recte sentiam, me vestra auctoritate fulciatis, meamq; sententiam confirmetis. Illud tamen debeo dicere, me sentire cũ doctissimis hominibus, Clarissimis doctrina & exercitatione Doctoribus, argumentisq; permoueri quæ, meo iudicio, rem plane demonstrant. Quis enim Herculem de Saxonia Professorem Medicinæ Patauinũ celeberrimum, Vidum Vidium scriptis clarissimum, Ludouicum Mercatum Regis Hispaniarum Archiatrum, Alexandrum de Massaria expertissimũ pro huiusmodi viris nõ agnosceret? Hi omnes vnanimi consensu, non semper apertionem venæ post petechiarum eruptionem, sed aliquando suadent, & [illegible] necessariam esse arbitrantur. Non enim docent in debilibus, in senibus, in pueris sanguinem educendum esse si exanthemata corpus depinxerint, sed tuto id auxilij genus adhiberi existimant iis qui robore & ætate valent, quiq; copia sanguinis in vasis premuntur. Si verò absit sanguinis plenitudo quæ vasa distendat, merito cum iis a [illegible] hoc remedio abstinendum esse putamus. Hos autem qui venæ sectionem velati periculosam damnant, virus exanthematum in hanc sententiam

pro

pertraxit, de quo metus est emissione sanguinis intro deduci ad viscera, à quibus natura malum incœpit excludere. Hinc satius esse putant sudoriferis medicamentis motũ naturæ adiuuandum esse, quam venæ sectione opus inceptum impedire. Enimuero cum aduersarij nostri, nisi eodem quo nos fundamento, disputant, puta Medicum naturæ esse ministrum, quam in opere suo debet adiuuare, nos constanter auctoritate, ratione & experientia coacti affirmamus, venæ sectione in plethoricis corporibus eruptionem peticularum promoueri, nõ retardari vel intrò reuocari. Quo- Lib.14.c.
modo.n. alioquin Galenus Medicinæ Dogmaticæ 10.
Princeps, vt apud eundem in libris Methodi medendi legimus, tuto venã in Carbunculo pestilẽti Lib.3.c.1.
secuisset? quomodo idẽ in parotidib. vt legere est apud eundem in libris de cõpositione medicamentorum secundũ Loca fecisset? quomodo in exanthematib. cutis ab hoc sacro remedio in Epidemijs 2.in 6. E-
nõ abstinuit? Huic auctoritati accedit insuper ratio, quæ petita è medio medicinæ nostram sententiã confirmat. pide.t.30.

Nam si natura stimulis mali agitata non valeat quòd inimicũ est, propter copiam expellere, manifeste consequens est, eandẽ id posse facere, vbi grauantem plenitudinem deposuerit. Si verò causam regressus exanthematum diligentiùs animo cõplectamur, non est quòd metuamus, maculas apparentes denuò ad viscera redituras. Vasa .n. naturali quodam desiderio ad humores trahendos concitantur, vbi indigentia postulat: at cũ venæ adhuc saturæ sint sanguine, deest tra-

ctio,

ctio, cum tractionis causa deficiat. In sudoribus ciendis frustra laboramus, vbi expultrix facultas plenitudine sanguinis impedita non potest fibras contrahere, quarum opera in expellendo indiget. Vesica Galeni iudicio propter vrinæ copiam, nequit eandem expellere, an non similiter vena sanguine distentæ fibræq; in excretione impedientur? Illud tamen rotundè fatendum est, nos minime prodigos debere esse in sanguine profundendo, veluti magni quidam Medici, s... faciunt, nec tam scrupulosos, vt syrupos oxymelitis simplicis, scyllitici cæterosq; per scrupulos dispensemus, nec tam indoctos vel imprudentes, vt radices Hellebori nigri arbitrio Pharmacopæorum præparandas, earumq; dosim sine morbi, temperamenti, causæ, & personarum cognitione ab iisdem definiendam, committamus. Et quia aliquoties in missione sanguinis peccatur, vt liberalius quàm par sit, educatur, hinc istæ ægrotantium mortes, Medicorum querela & contumeliæ, hinc sæpius in hoc morbi genere dissuasit Galenus venæ sectionem, vel vt accuratius loquar, eius immoderationem. Enimuero si quis anxius de venæ sectione adhibenda propter virium iacturam deliberet, tutò potest cucurbitas cum scarificatione in vsum ducere, quarum beneficio Spiritus veneficus, calorq; feruidus à visceribus ad extimas partes retrahitur, vires non ita dissipãtur, & æger deniq; non tantum à febre lenticulari, sed ipsa peste vindicatur. Et sanè dũ pestilentia vehemẽs (*inquit*

Lib.4. de locis affect. c.4.

Lib. 4. de tuẽda valetud. c.6. & cap. 10.

Gale-

Galenus) Asiam deprehendisset, multosq; perdidisset meq; etiam morbus attigisset, secunda morbi die, remissione febris facta, crus scarificaui, duasq; ferè sanguinis libras detraxi, hacq; de caussa periculum vitaui. Plerîq; igitur etiam alij hoc præsidio vsi superstites euasere, erant enim plenitudinis signa: illiq; præcipuè saluabantur, qui sanguinem copiosum exhauriebant. *Nobis tamen non licet esse ita prodigis, vt tantũ sanguinis ex nostris corporibus, quæ paulatim a vigore maiorum nostrorum deficerunt crudeles suffuremur, Interim non tantum dieta, Chirurgia, de quibus hactenus locuti sumus, sed insuper purgatio, sudoriferum alexipharmacum, Vomitorium, cæteraq; id genus auxilia vsurpanda sunt, vt miserum ægrotantem faucibus lethi eripiamus. Purgandus est æger ante tertium diem D. Rondeletij Consilio: ante quartum iudicio Cratonis incomparabilis: ante septimum opinione egregij D. Mercati qui hic indulgentior, in venæ sectione crudelior est Etenim si in morbis non pestilentibus, vbi materia turget, auctoritate Hippocratis, purgatio ab initio institui debet, quũ non iudicat id hic faciendum esse statim cum pestilens vis maiorem visceribus perniciem, quam materia turgens accerseret? Hoc præceptum non parui æstimare oportet, quòd multorum hominũ sanguine nos Medici didicimus, obseruabimus. Non tamen suffecerit in principio morbi medicamentũ purgans exhibere,* Lib 5. Cõsiliorum medicin. consil. 28.

sed

sed delectus prætereà pharmaci habendus est, ne Rhinoceros adpugnam prouocetur, ne pernicioso fluxu aluus ruat, idq; potentia vehementiore Pharmaci. Cauendum vnicè est ab Antimonio, à turbith, minerali, à præcipitato Chirurgorum, à Scammonio, Euphorbio, imò ipsis communibus Rhabarbaro, Agarico, quod infusum in validis subinde admittitur, vt præsentaneum periculum euitemus. Si enim his acrioribus pharmacis naturam veluti equum generosum calcaribus vrgemus, an aliud fieret quàm quod Poeta scripsit:

Virgil. lib. 1. Georgic. in fine.

Vt cũ carceribus sese effudere quadrigæ,
Addunt se in spatia, & frustrà retinacula tendens
Fertur equis auriga, neque audit currus habenas.

Mollia placent: lenientia satagunt vt virus quod sua sponte naturã lacessit, ab his expulsionis ducat initium. Prosunt igitur Cassia, Manna, syrupus rosarũ solutiuus, elect. lenitiuũ, diasebesten, clyster molliens, præsertim si vẽter durus sit caput, veneno oppugnetur. Vomitoria denique, leuiusculis si malum ex secundâ corporis regione in primam transferatur. Postremum id Consiliũ placuit Archiatris Ludouico Mercato, Platero Felici, & Doctissimo Rondeletio qui rectè ex Hippocrate naturam eò ducendam esse censet, quo vergat. Vnde si maculæ erumpant, eas medicamento sudorifero promouebit Medicus, minimè humorum coctionem expectatâ quam frustra requirit Alexander de Massaria, vir alioquin doctissimus vtpote qui eam cogi-

cogitat humorem venenatum expulsione potiùs quàm coctione à natura superari debere. Itenim natura victrix morbi, non tantum humoris morbifici coctione, sed venenati exclusione triumphat. Quis victoriam meritò culpet, quæ eiectione hostis acquiritur? Quis naturam reprehendat, quæ non dolo malo agit: at per rectas vias hostem venenatum expellit? Si morbis minimè pestilentibus, propter periculi magnitudinem, Medicus humorum concoctione non exspectata auxiliatrices manus adferat, cur securo animo erimus in pestilentibus, tardiores ad iuuandum in morbis qui citius ægrotantem iugulant? Cautio tamen adhibeatur, ne lædas naturam sudoribus ciendis quam iuuare voles, quos deposita plenitudine & obstructione expedita, concitare oportet, non medicamentis validioribus quæ feruorē, ebullitionem, maiusq́, incendiū humorū efficiunt. Sed quæ moderatione quadam suum munus obeunt. Quare lapis Bezoardicus (quem quidam initio exhibitum prodesse, in augmento obesse volunt) cornu cerui vstum, semen naui, citri, Spiritus vitrioli, decoctum fœniculi & lacca, caricarum cū rad. scorcioneræ, aut buglossa cōmendantur. Diascordium D. Fracastorei egregiū est remedium si vis ipsius ignea succo citreorū, & syrupo de buglossa castigetur. Interim ne longior sim in recensendis remediis Epithemata, & Vnguenta cardiaca, potiones alexipharmaca, aliaque in vsum ducantur quibus symptomatibus varijs obuiam ire debemus. Audistis igitur pano-

Lib. 5. cōs. & Epist. pag. 365.

Syrupus de succo scordijs.

panopliam qua Medicorum Hercules insolitum monstrum febris pestilentis domare potest: Copias explicemus quibus non formidamus cum monstro horrendo confligere: Exercitum remediorū exposuimus, cuius robore fisi aduersus belluam imus pugnatum, quæ fortes Capitaneos, Generosos Duces, imperterritos Principes crudeliter interfecit. Laus est, febrem quotidianam, tertianam, cæterosq; morbos è corporibus humanis posse expellere, at diuinum est tutò iucundeq; pestem, febremq; pestilentem curare posse. Quis enim nisi sit ingenij diuini, vt tum astutia Vulpem, robore Leonem, pugnandique sollertia Rhinocerotem superabit? Quis domabit bestiam multiplicem, quàm nec verè lupum, nec canem, testudinem, cuculum, vulturem aliasq; feras possu dicere? Sed heu malum! quàm paucos hodie Medicos reperire licet, monstro triū[...]hant qui de hoc victores ex pugna salutantur. Habent cultros, gladios, cucurbitas cæteraq; id genus armorum: habent purgationes blandas & vehementes: habent Vomitoria, Clysteres, Sudorifera, & Alexipharmaca remedia quibus pugnatur, at nondum exercitati sunt pugiles vt cominus eminusq;, punctim, cæsimq; variaq; armorum dexteritatem bestiæ ferire possint. Quid prosunt arma si rectè vti nequeas? Si Dauid es, depone arma Saul: vtere tuis præsidiis si aliorum non sis assuetus: nec aliorum panopliam contemne si nequeas eâ tuum corpus defendere.

DIXI.

ORATIO DE STVDIIS HIPPOCRATICIS CVM *Chymicis* coniungendis.

Habita ab

HERMANNO FOLLINO Phil. & Med. Doct. & Professore.

Dum lectiones Medicinæ auspicaretur Anno 1622. 6. Februarij.

ORATIO ALTERA.

SI quid ingenij, doctrinæ, & eloquentiæ, in me esset, quod exiguum est, Auditores Nobilissimi, Amplissimi, Consultissimi, Expertissimi, & Ornatissimi, *optarem ardenter, vt ea omnia felici quadam conspiratione in hoc Augusto virorum Academicorum consessu hodie vobis possim expromere, quibus veterum Medicorum auctoritas, dignitasq; confirmanda est & recentiorum splendor, nobilitasq; tuenda aduersus eos, qui non reformidant vetustam artis Hippocra-*

pocratica maiestatem plenis buccis contemnunt, vel intolerabili quodam errore Chymicorum sententiam veluti ridiculam, vanam, futilemque reijcere. Etenim non leuis est causa, quam defendendam suscepi, cuius multum interest Reip. Salutisque. præsertim si oculos conijciamus in eorum auctoritatem, doctrinam, & grauitatem, qui huic rogatio assentiunt. Alij enim vnicè amant explosa Chymicorum doctrina, quæ sapientissimus Hippocrates, vel peritissimus Galenus docuit, posterisque litterarum monumentis consecrauit: Alij quotidiana voluptate & dulcedine capti, quam ex Anatomia corporum naturalium ignis beneficio percipiunt, ab Hippocraticis Medicis alieno sunt animo, quos parùm artifices esse existimant. Ita dum certatur, optandum esset, vt res cum re, argumentum cum argumento expenderetur: sed humani ingenij imbecillitate conuitia, calumniæ, abusus, cæteraque id genus maledicta pro rationibus in medium afferuntur. Hinc magna pernicie Reip. factum est, & bonæ famæ iacturâ, vt qui se Galenicum nominet, alibi contemnatur, qui se Chymicum appellet, alibi velut indoctus, rerumque medicarum imperitus reijciatur. Ego hodie quid de hac disceptatione sentiam tùm ratione officij mei, cum vestra vtilitate, Auditores, libenter exponam, idque facturus, authoritatis, rationis, & experientiæ panoplia instructus, vt clarè intelligatur, quibus Medicis vita, salusque ciuium concredi posset. Quod dum facio, oro vos, atque obtestor, Auditores Ornatissimi, vt

ani-

animo præsenti & candido rem totam aliis mecum repetere & expendere digneraris.

Mea igitur opinio est, ne vos diu suspensos teneam, Hippocratem & Galenum Principes Medicinæ agnoscendos esse, in quorum scriptis qui versatus non sit, vel eorum methodum medendi absolute contemnat, non Medicum esse sed maledicum, non artificem, sed carnificem, si Medicinam in Rep. vnquam exercreat. At hæc veterum doctrina tanti apud me non est, vt eandem putem ad summum perfectionis fastigium peruenisse, addi huic vel detrahi nihil posse posteros eorum sua diligentia, artis exercitatione, & obseruatione nihil consecutos fuisse, quod ad artem nostram vel exornandam vel amplificandam faceret. Multa enim & præclara medicamenta nobis hodie ars Chymica suppeditat, quibus ad salutem ægrotantium vtimur, quæ nec Galenus, nec diuinus Hippocrates assecutus est. Magno cum iudicio Chymici artifices purum ab impuro, subtile a crasso, nobile ab ignobili, vtile ab inutili separant, vt curatio tanto iucundior & felicior euadat, quanto Medicamentorum præparatio operosior existit. Vtrosque igitur amo Galenicos & Chymicos: neutri eorum suas laudes derogare cupio, neutrius gloriam supprimere, vtrumque aduersus hostiles impetus defendere. Quid fides possunt iniquiores assertores aduersus Hippocraticam & Galenicam doctrinam obijcere?

Nihil forsitan, nisi quod manca sit, quod adhuc imperfecta, & naevos quosdam habeat. Id libenter concedimus, habent reum confitentem; necesse est enim ars indies, nec veteribus cancellis concludi semper potest, nihilominus tamen id probe inventa non convellit, axiomata nõ [illegible], [illegible] antiquam medicinam iugulat. Imitemur quaeso Anatomicos, corpusque Medicinae Hippocraticae exenteremus, neruos eius [illegible] quaeramus, musculos inuestigemus, Bone Deus quantum hic rebus doctrinae ostenditur! Hac admiratione raptus ille Macrobius has laudes effudit, vt quod ipse ignorauerit, post illum sciuerit nullus, & quod tàm fallere, quàm falli nesciuerit. *Est enim in eo est verborum [illegible] pressa proprietas, sententiarum concisa subtilitas, sermonis veneranda antiquitas, & artificij commendabilis dignitas. [illegible] mellitem, cuiusque ad libros Aphorismorum conuerteremus, hi tam neruose, tamque vtiliter sunt scripti, vt liceat nobis hic fere idem dicere, quod de S. Ioannis Apocalypsi Theologi, videlicet tot penè mysteria, quot verba exsistere, in Coacis Praenotionibus est singularis, in Praedictionibus est diuinus, in Epidemijs [illegible], denique in caeteris ita magnus, vt a toto orbe terrarum semper medicinae Princeps habitus fuerit. Recte enim antiquissimus Soranus scripsit,* Medicinam inuenit Apollo, amplificauit Æsculapius, perfecit Hippocrates. *Cum id temporis medicina tantum constaret experimentis fallacibus, vsibus incertis, & remediorum gene-*

In Praefatione Isagoges.

bus, quæ curatio brutorum animalium detegerat, certè sapientissimus artifex requirebatur, qui adolescentem doctrinam possit promere. Non satis erat animaduertisse, quod Hippopotamus plenus sanguine, affricta spinarum cuspide eum è venis excluderet: quod Ibis auis intestinis muria per rostrum, saburram ventris deponeret: quodq; Chelidoniam hirundines celebrem effecerent, atque altres Hieracium, Ciconia origanum, rutam mustela, hederam apri, fœniculum deniq; anguis demonstrarent, sed ratione & prudentia opus erat, quò vtiliter & cum fructu remedia, quæ quibusdam profuere in vsum duci poterant. Sicut enim vnum collyrium nequit vitia cuncta oculi persanare, vel vnus calceus omnium pedi accommodari, sic neq; vnum medicamentum omnibus prodesse possit, licet morbis eiusdem generis affligantur. Quare oportuit, vt diuini senis verbis vtar, Sapientiam transferre ad Medicinam, & Medicinam vicissim ad sapientiam: Medicus enim Philosophus, Deo est similis. *Nam veluti Deus Opt. Max. nunquam labitur aut decipitur in suis operibus, sic Medicus sapientiæ panoplia instructus ad similitudinem diuini numinis, morbum ægrotantis rectè cognoscit, aptum medicamentum eligit, & pro diuersitate temperamenti, sexus, virium & partium eum sine errore annititur profligare. Sic sensim cognitio medica ad fastigium scientiæ surrexit, quæ suis demonstrationibus & energiâ per sapientiam*

Lib. de decenti habitu.

 Hip-

co, medicato. *Concipite saltem animis vestris quos tunc applausus, quas laetitiae argumenta, quas sibi gratulationes audiuit & vidit, qui non vnum hominem, non pagum aliquem, nec vnam ciuitatem, sed totam Graeciam a peste saeuissimâ liberauerit, vindicauerit & incolumitati reddiderit? Quid multa? Athenienses sapientissimi homines propter singularia in Remp. merita ciuitate Hippocratem viuum donarunt, publicèq; eum in Curia Prytaneoue nutricari constituerunt, & mortem Graecis versibus, quos sic Latinitati donauit Morus, condecorarunt.*

Thessalus Hippocrates Cous genere, hac iacet vrnâ
  Phœbi immortali semine progenitus.
Crebra trophęa tulit morborum, armis Medicinę,
  Laus cui magna, nec id sorte, sed arte fuit.

Quare non immeritò hunc virum Plato Æsculapij successorem: Galenus veracem, Magnum, Probum, Philosophorum omnium ac Medicorum Principem, Magistrum diligentißimum, nobilißimum ducem, disciplinarum auctorem maximè admirandum, senem, virumq; venerandum nominat. An hac laus & gloria cum Hippocrate mortua fuit? an vtilitas artis & liberalitas hominum erga artifices a fato principis desijt? Minimè gentium: cum doctrina Hippocratis laudes, gloria, & vtilitas perennant. Thessalus ab Atheniensibus aurea corona donatus est. Democedas Medicus à Dario, propter restitutam sanitatem duo paria aureorum compedum, & ab eius vxoribus phialas aureas dono accepit. Claudius Galenus fidelißimus Hippocra-

In oratione quæ legitio dicitur. Herodotus in Thalia.

pocratis interpres, animæ principis, medicinæ parens fœcundissimus Romæ propter artis felicitatem, non tantum scriptis clarissimus, sed et posita statua æternum nomen consecutus est. Augustus Imperator Musæ liberto à quo restitutus erat sanitati, æream statuam Æsculapij signo [illegible] erexit, totiq; medicorum familiæ immunitatem

Suetonius.

tatem ciuilium munerum concessit. Iulius Cæsar omnes Medicinæ Professores ciuitate donauit. Sed quid vetera commemoro, cum sint in memoria nostrâ Cocterij, Garciates, Fallopij, Mercuriales, Capivaccij, Valesij qui artis felicitate artis Hippocraticæ diuitias, gloriam, & immortale nomen sibi pepererunt. [illegible] mihi auctor est Iacobum Cocterium Gallum Ludouici Francorum Regis, eius nominis vndecimi Medicum, decem millia aureorum singulis mensibus pro mercede accepisse. Garcias ab Horto Medicus excellentissimus à rege quodam Indorum duodecim millia dalerorũ Germanorum, veluti sostrum vnius morbi consecutus est. Philippus secundus gloriosæ memoriæ Hispanorum Rex, Archiatro suo Francisco Vallesio febriculam septem dierum spatio profligatam, præter annuum stipendium amplissimum, [illegible] aureorum millia dono transmisit. Verè igitur illud Ecclesiastici Medicis Hippocraticis accommodatur:

Cap. 38.

Honora Medicum, propter necessitatem, etenim illum creauit Altissimus. A Deo est enim omnis medela & à Rege accipiet donationem. Disciplina Medi-

Medici exaltabit caput eius & in conspectu Magnatum collaudabitur. Quantumuis ita sint, Auditores, satis mirari nequeo [illegible] mortalium vel temeritatem [illegible] vetustate artis Hippocraticae, vel [illegible] crassam ignorantiam, [illegible] videant illam veram esse Medicinã quae à tot retro [illegible] per Europam, Asiam, aliasque orbis partes in Cathedris scholisque publicè doceri, in Rep. vtiliter exerceri, a Regibus, populoque reuerenter coli & suspici consueuit. Fateor ingenuè, habent illi, quae possunt obijcere, sed tamen talia non sunt, quae maiestatem artis proculcant. Aiunt Pliniana authoritate moti, Romanos prudentiae duces olim Medicos vrbe expulisse, vnde medicinam haud magni faciendam esse arbitrantur. Graue crimen est Misomedice, quod nobis impingis, sed vide sodes quos hoc gladio vulneras? Anne putas quod veros Medicos hac oratione cruentaueris? quod Hippocraticos iusto conuitio laceraueris? Vbi tua mens? Vbi oculi? Nonne vides istos, pestilentes [illegible] fuisse, [illegible] etiam vexamur, qui [illegible] dent: Circulatores Thrasonicos, Scurras Ioannes Potagios, qui ex vna olla cunctorum affectuum medicamenta depromunt, circumforaneos bullatos quibus forum nostrum festo S. Theophoriae plenum est, histriones insulsos, Pseudochymicos subdolos, Magistellos omni Philosophia nudos, Barbae tonsores stolidos, Clinicos superciliosos, magosmedicastros, cingaros, carnifices, quos ru-

Plinius li. 29. Histor. Naturalis.

per in foro vt populum carnificarent, æquis ocu-
lis aspicere debuimus, deniq; sceleratum immane
fuisse, quæ hodierno die passim miserum [illegible]
& interdum graues viros non tantum ar[illegible]
emungit, sed vita priuat? Vtinam Ro[illegible]
exemplo, ipsorum Colonia hanc peste[illegible] ho[illegible]

Plinius loco citato.

in exilium relegaret, ne periculis bonorum ciuium possit discere & per experimenta mortes agere, *fœlicius & fortunatius ageret[illegible] cum Rep. in qua clam hominem occidisse [illegible] impunitas habetur. Cum hic manipulus [illegible] medicorum Romam confluxisset, tum p[illegible] mus noster Galenus ibidem vixit non absq; [illegible] ardelionum odio (commune vitium est [illegible] doctioribus inuideant) quos sæpè oratione [illegible] pius artificio strauit, vicit, superauit. [illegible] putat esse Misomedicus quod dixit, ma[illegible] quod sequitur. Quomodo (inquit) Med[illegible] dare possem Hippocraticos, siue Galenicos, quo-modo meam vitam ipsis credere, qui non [illegible] morbos eloquio, sed medicamento, quod a[illegible] traditum, idem an diuersum, à Pharmacop[illegible] præparatum benè vel malè, integrum vir[illegible] languidum nequeunt asserere? Magni momenti est, Auditores, quod obijcitur, si Pharmacopæus sit vir indoctus, praui[que] ingenij, paruus, si pro[illegible] te & doctrina excellat. Sed heu calamitas! qui-bus hodie turpis illa vox Vespasiani Cæsaris non placet?* Lucri bonus odor ex re qualibet. *Volo dicere sed cum mœrore animi dico quem-quunq; hodie Pharmacopæorum ita officium [illegible]*

Libr. de præcog. ad Posthumã cap. 4. lib. de facult. purg. cap. vltimo.

sicut ratio charitatis proximi, & summi artis postulat? Alij enim illotis manibus ad hanc artem tractandam accedunt. Alij, si fideliter artem exerceant, ita credunt & viuunt vt Dei præcepta negligant: quæ si temnant, quanto magis audebunt legem humanam, præcepta Medicorum flocci facere, curamque ægrotantium depouere. Hinc oritur illa audacia vt falcem in alienam messem iaciant, sæpiusque se dominos faciunt cum sint ministri, Medicorum Pharmacopæi: hinc negligentia originem habet, vt quod ipsimet debent componere, rudioribus famulis, vel vxoribus committant: hinc fit vt non erubescant ἀντιβάλλειν, si medicamento præscripto careant, ne lucrum paulo maius eripiatur. Piget me plura dicere, debeo tamen dicere, vt communi saluti, totique Reip. consulatur. Medicamenta aliquando ab Indis, Persis, Græcis, Arabibus atque extremis Garamanthis aduecta, quæ vel teredo exedit, vel tempus extenuauit, vel situs diuturnus emedullauit, pro integris atque incorruptis venduntur. Si forsitan in coquendo, vel præparando peccatum fuerit, vt vires desideratas non habeat, nihilominus id quasi perfectum ex officina Medico præscribenti obtruditur. Si nostræ mulieres in elixandis ouis subinde peccent, vt vel nimis mollicula vel dura sint, an non similiter artifex noster subinde in opere suo cæspitat? attamen bono odore lucri compulsus non reformidat rem fœtidam diuendere. Omitto nunc quod auaritia excæcati, miseram plebem pecunia emungant, exigendo plus pro medicamento, quam par est, vt curationem morbi præ in-

inopia nequeat persequi, Satis dixi, Misomedice, & quæ dixi non vitia artis, sed hominum sunt, quorum inscitiam, negligentiam, audaciam, & auaritiam, vos oro atq; obtestor ô viri consulares, propter communem salutem ciuium, propter priuatam vitæ conseruationem, propter artis nostræ splendorem, vt radicitus auerruncetis, & extirpetis. Plura sunt alia crimina, quæ Misomedicus aduersus Hippocraticam doctrinam euomuit, sed similis farinæ, quæ non in artem, non directam medicinam cadunt, sed in homines, quibus haud relligio est sacra profanis, vera falsis, paradoxa receptis opinionibus miscere. Non enim hosce nouos Vromanticos fecit veracissimus Hippocrates, qui ex sola vrinæ inspectione omnia morborum genera cognoscere, decreta salutis aut mortis fideliter explicare, consilia sanitatis recuperandæ præscribere pollicentur: nec [illegible] venerandus Senex discipulos suos ad [illegible] istud Odontalgicum: Galbes, Galbat Galde, Galda: *non reliquit sapientissimus artifex posteris suis ista deliramenta, quæ Trallianus, Marcellus Empiricus, Gordonius, Valescus, aliiq; id genus ad Epilepsiam, ophtalmiam, cæteraq; morbos pellendos auribus insusurrant. Vtinam his finis querelarum esset, sed proh dolor, ventum est ad Magiam, quæ hodie prætextu Sympathiæ & Antipathiæ rerum naturalium defenditur. Quid enim aliud est telongium, quàm execrabile dæmonis inuentum? mirabilis sanè est rerum proprietas quod linimentum pugioni [illegible]*

ab

ab apice manubrium versus benefaceret, & à manubrio apicem versus grauiter vulneratum diceret. Sed abeamus ab his nugis, quibus veritas non polluitur: manet veritas inter mille mendacia, inter mille dolos perennabit haec vnica Hippocratica, quae Deum habet authorem, quam genuit Ratio & Experientia, syncerae suos cultores praemijs & honoribus afficit. Haec cum ita se habeant, quis non videt, verissimum esse, qui doctrinam Hippocratis contemnit, non artificem sed carnificem esse, qui nudus hac arte morborum curationem aggreditur? Si quis imperitus artis Sutoriae corium perdit, ex quo calceos formare tentat, an non audaculus ille per imperitiam & artis sacrae ignorationem hominem instar carnificis occidet, quem praeter rationem officij curandum suscipit? Non enim ligna sunt neque lutum, neque corium quibus medemur (ait bonus Damascenus) sed tenuioris & pretiosioris essentiae, opificium Dei, homo videlicet in quo lapsus proclivis quidem, sed admodum periculosus, qui saepè ad interitum terminatur. Nunc me conuerto ad alteram orationis meae partem, in qua docebo breuissimè Chymicos non vituperio sed laude dignos esse, non inimicos arti Hippocraticae, sed amicos fideles existere. Hodie tanta caecitas est mortalium, Auditores, vt audito nomine praestantissimae artis Chymicae, incipiant eandem conuitijs lacessere, faciantque non secus, quam malitiosi isti homines, de quibus S. Iudas Apostolus conqueritur.

Rodolphus Goclenius [illegible] libro de magnetica curatione.

10. Aphor.

[illegible]

Epist. Iud. vers. 10. *ritur.* Hi autem quæcunque quidem igno-rant, blasphemant.

Argumẽ-tum a de-finitione. *Quomodo enim alioquin posset Chymicum contemnere, qui purum ab impuro separat, crassum à subtili, balsamum à stercore, substantiam a caduca: qui non patitur vt medicamentum Helleboratum, Scammoneatum, Euphorbia-num, Colocynthiacum, Opiatum corporibus hu-manis ingeratur, priusquam perniciosa vis ve-neni deposita fuerit, denique Vulcani beneficio mixtorum corpora euiscerat, vt sensu [illegible] possit, ex quibus vnumquodque compositum. Dic mihi sodes, Misochymice, si Galenicus te ad prandium vocasset, tibique primum ferculum pol-licitus fuisset, mesenterium animalis plenum adhuc ciborum relliquijs, sed coctum diligen-ter, Saccharique dulcedine conditum, rogo [illegible] conuiua, vel domi manere malles? Hic lupum auribus tenes, hæres, ambigis. Si mecum sentias, mallem atro pane vesci, quàm ad huiusmodi prandium accedere: pura me afficiunt, quisquilias odi. Quod si sanus & integer corpore ali-menta plena fecibus, licet sint mellita, non cu-pis attingere, quare ægrotus mistas tibi medi-camenta, quæ scatent impuritatibus deuorare non reformidas? O stultitiam! Putasne te robustiorem & valentiorem esse in perferendis medicamentis, quàm alimentis, in morbo quam in prospera valetudine? Imitare Galenum, qui suis ægrotantibus ob naturæ imbecillitatem,*

non

non solidam carnem, sed eius succum, vel eius loco iusculâ & gelatinas pro alimento exhibent: An nobis non licet esse ita sollicitis in propinandis medicamentis, quæ partim insita sua vi, partim copiâ impuritatum ægrum obruerent? Tales enim Medici, Plutarchi iudicio, non aliud faciunt, quam quod consueta & cognata corporis excrementa eliciant, iniiciant vero in corpus indefecatas Pharmacorum turbas, quæ magis expiatione indigent, quàm quod ritè hominem expurgare queant. Quis pleno ore iniuriam non prædicaret, si Magistratus noster ciues Colonienses vrbe expelleret, alienos & aduenas admitteret? Si proscriptis vestris amicis, cognatis, & familiaribus Coloniam antiquam, nouis hominibus Hispanis, Gallis, cæterisque nationibus implere cuperet? Quod si naturæ laboriosum, molestumque sit bibere medicinas à veneno & impuritatibus immunes, vt Princeps Arabicæ Medicinæ existimat, nemo non videt, quantum molestiæ ægrotanti, oblatione impurioris pharmaci, exhibeamus. Vnde discamus potius à rusticis, qui lumine naturæ educti, granum à paleis, vinum à vinaceis separant: discamus à pistoribus qui frumentum prius mola attritum, hinc a furfuribus liberatum, postea fermento & aqua subactum in panem commutant. Quanquam verò panifitium tanta industria, tantoque sudore præparetur, nihilominus internus humani corporis Chymicus,

Libr. de præceptis salubri-bus.

Auicenna lib. 1. fen. 3. doct. 2. cap. 1.

labo-

[illegible] hac præparatione non contentus denti-
bus quasi noua mola cibos oblatos comminuens,
heterogeneos humores separat, triplicisq; conco-
ctionis excrementa expellit. Vnde liquet, Audi-
tores, quod hæc ars ab hominibus non sit [illegible]
inuenta, sed nobiscum nata, quam non didici-
mus, accepimus, legimus, verum ex ipsa natura
arripuimus, hausimus, expressimus: quam non
docti sed facti, non instituti, sed imbuti co[illegible]-
mus. Quid enim certius argumentum esse potest,
quam quod depromptum è sacris literis, [illegible]
Tubalcain (Gentilium Vulcain) filium Lamech
in ipso mundi ortu fabrum ærarium, ferrarium-
que fuisse, qui ex ære, ferroq; opera procuderit?
Non enim æs & ferrum ita ex terra pro[illegible]-
nant, vt sine beneficio artis Metallurgicæ ferri &
æris excoquendi artificibus inseruire possint.
Hinc successit Hermes Trismegistus omnium
Philosophorum Pater, qui tabulam Smaragdi-
nam, de opere lapidis Philosophorum posteritati
consecrauit: hinc suscepta est expeditio Argonau-
tica in Colchidem ad tollendum aureum vellus,
quod Suida interprete, nihil aliud est quam liber
in velleribus conscriptus, qui artem [illegible] faciendi
auri continebat. Hinc floruit Democritus ipsius
naturæ genius, Salomon sapientissimus, [illegible]
firmicus Astrologiæ lumen, Heliodorus [illegible]-
simus, Almansor Rex Hispaniæ potentissimus,
Bolcasis laboriosissimus, & Mesue nobilissi-
mus, omnes auctores Chymiæ ingeniosissimi
sub[illegible] sunt. Quid opus est Albertum magnum,

Allusio ad dictum Ciceronis in Milone.

Raymun-

Raymundos Lullos, Auicennas, Vlstadios, Paracelsos, Syluios, Fernelios, Rulandos, Turquetos, Haruetos, Quercetanos, Hartmannos, Dinkmannos, Cratones, Andernacos, Frambesarios, aliosq; infinitos recensere qui scriptis & operibus artem Chymicam commendarunt? ipsa per se satis fulget præconio Ciceroniano haud opus est: Illud tamen præterire nec volo, nec debeo, quod libris Meteorum naturæ doctor Aristoteles, rationem conficiendi sales ex plantis planissimè docuerit: quod Galenus, Paulus Ægineta, Aëtius Hippocraticæ Medicinæ propugnatores acerrimi, Sales Theriacales modumq; calcinandi agnouerint, probauerint: Certè quo iure, qua lege, quibus rationibus, ex schola medica artem Chymicam, quæ separationem puri ab impuro profitetur, quod inest omnibus corporibus mixtis, relegabimus? Audite sodes Galenum docentem: Vinum namque diximus, vnum quidem habere in se recrementum crassarum partium, vnde dum temporis spatio secernitur, fertúrque deorsum, fex consistit: Aliud verò secundum quod florem nuncupant, quod dum vinum feruet, supernatat, sed postea ad fæces subsidit: tertium aqueum, quod toti vino permissum est: hoc primariò potissimumq; feruet: quartum præter hæc est ipsum, reuera vinum. Ostensum verò etiam est, quod tam in oleo: tum in lacte, tum in alijs omnibus succis eadem sit recrementorum natura,

Lib. 4. cap.
Lib. de Theriaca ad Pisonē cap. 31.
Lib. 7. cap. 11. lib. tetra. 4. ser. 1. c. 97.

Libr. 4. simpl. c. 3.

multoque magis in totis plantis, metalli-
cisque omnibus. *An non hic Galenum clarè
Chymicum agnoſcitis, qui in quouis corpore ve-
getabili, animali & metallico, varias ſubſtantias
arte, veluti natura ſimul, ſeparabiles, demonſtra-
uit? Quod ſi Medicinam Hippocraticam, Domi-
nam & Imperatricem æſtimemus, quæſo vos ſi-
mus tam aduerſo animo, vt eidem Chymiam ve-
lut legitimam eius ancillam inuideamus. Pe-
diſſequam faciemus Chymiam, non heram, ſubſe-
qui debet, non præire. Pharmacopæus in familia
medica recipitur, Chymicus excluditur, vterque
miniſter eſt: hic nobilis, ille ignobilis: hic mun-
dus eſt, ſubtilis, purus, ille immundus, craſſus & ſor-
didus. Iniuria, mehercule, inſignis eſt quam
perpeti non debemus.*

Confutatio.

*Quæ cum dico, videor mihi audire voces cla-
mantium, Quid agis Chymicorum Præco?
Cur nouam hanc artem laudas? Cur artifi-
ces huius extollis, qui paſſim Antimonium,
Laudanum opiatum, oleum vitrioli corroſi-
uum, aurum potabile, vel potius putabile, alia-
que id genus medicamenta Metallica & perni-
cioſa cum Paracelſo Mago vſurpare non refor-
midant? Sed hoc plauſtro conuitiorum non
moueor, his vocibus haud percellor, quas ira po-
tius, quam ratio extorſit. Cur noua ars, nouis
hominibus non placet? Temporibus maiorum
noſtrorum non viximus, nunc ſpiritum trahimus:
nos tam firmos lacertos non habemus in ſani-
ſsimo*

fene mundo, quam qui nati sunt in adolescen- te natereus Archeo tam potente, stomachus ales Struthionis optamus, sed non habemus vt Helle- borum cum maioribus aliaq; medicamenta im- periosa, concoquere possemus. Hinc delicatio- ribus molliora & suauiora remedia necessitas & ars excogitauit. Si nihil novi tibi placeant Mysochymice, (quamuis hæc ars noua non sit) facile poteris animo tuo obsequi & nouas amor, si quas habes, cum ruinam minantibus, noua ve- stes cum laceris, nouam supellectilem cum detri- ta Tuity permutare. Iam vero quod ad Anti- monium attinet, cuius audito nomine, quidam mortales toto animo & corpore solent perhorre- scere, fateor medicamentum esse periculosum esse, si veneno non spolietur, si ab imperito perperam exhibeatur, imo gladius erit manibus furiosi concreditus. Mactabit huiusmodi homo, non defendet: occidet, non proteget: lædet, non sana- bit. At artifex Vulcani beneficio nouit hunc hostem domare, & lupum crudelem in placidam ouem conuertere. Multa enim ignis com- mercio (vt peritissimi Galeni verbis vtar) meliora redduntur: multa in arte medi- camenta quam diu veterem ipsorum na- turam retinent, acerrima sunt, & corpo- ribus inimica: domita verò ignis necessi- tate, curationi fiunt congrua. *Si Theriacam non damnemus propter viperas quas continet: Si Helleborum, Mezereum, Scammonium pro-*

Libr. de Theriaca ad Pison. cap. 32.

 pter

pter rudis Mineruæ correctionem non formidemus, si à fungis, ranisq; venenatis pro alimentis non abhorreamus, quo iure? qua lege? Sacrum Stibium artificis manu præparatum, a veneno liberatum, potentissimum aduersus morbos remedium vsibus Medicis interdicemus? Ego omissis *Mathiol de hoc medicamento laudibus cum celeberrimo Doctore Galenico Alexandro de Massaria ita iudicandum esse existimo:* Si Antimonium probè fuerit præparatum, si à perito Medico opportune & cum ratione administretur non temnendum, sed venerandum ac salutare remedium esse, & plurimorum hominum admiratione grauissimos morbos propulsare: si verò ab imperito Medico, & temerè offeratur, tanquam venenum pericula, & quandoque mortem inferre. *Certè nimis rusticum est si quis vulneretur, gladium velle accusare, non vulnerantem: nimis caninum est os admordere velle, quo quis impetitur, & non proycientem: Nimis Cyclopicum est, totum cœlum euertere velle, si qua Diuorum gentilitium labes deprehenditur. Vbi iam es, Misochymice, num tibi verum an falsum videor dicere? forsitan vrgebis quod Galenica remedia sine periculo vsurpari possent, atque ideò Chymicis præferri debere. Vestram fidem hic appello, Galenici, dicite sodes num periculo careant, vestra veratra, peplia, Cantharides, Elaterium, Scammonium, Ranunculus, Thapsia, Colocyn-*

Alex. de Mass. de purgantib. med. c.30.

Tapsiis, granum Cnidium, Euphorbium? an nemo his abuti possit? O inertem artem! O Medicinam facilem quam quilibet dextrè, peritè, & sine periculo, vir ac mulier, senex ac iuuenis, doctus atque indoctus tractare atque exercere posset! Hæc dum audio, videor mihi intelligere, aduersarios nostros velle dicere: omnia medicamenta vulgaria, benigna: Chymica verò acerrima & humano corpori hostilia esse, quod quam absurdum sit, iam neminem vestrum ignorare existimo. Comparate sodes pharmaca ista valentiora, quæ modo nominaui Galenicorum, cum Chymicis Antimonialibus, Mercurialibus, Saturninis, cæterisque, & benigniora cum benignis conferte, non dubito, quin omnes mecum puriorem Mannam impuræ, defæcatam Aloen sordidæ, Scammonium pellucidum, Diagridio feculento sitis præposituri. Culpatur Laudanum, Laudatur Philonium: in eo puritas est opij, in hoc Euphorbium causticum & Opium venenatum coeunt: in illo Narcotica facultas & acrimonia Opij lenitur: in hoc virus opiatum acerrimi Euphorbij consortio exasperatur. Vbi hæc argumenta proferuntur, mutata animi voluntate, aduersarij Laudanum Laudatum remedium esse confitentur, sed requirunt peritum artificem, quasi verò Galenica ars ab imperito exerceri, quasi verò imperitia vtentis medicamento imputari debeat. Valeant ergò narrationes de Pseudochymicis instituta, vt artem labefactemus: maneant in ho-

nore medicamenta, quæ a veris Medicis exhibita, multis fuere præsidio. Si nemo vinum propter ebrios fastidiat, cur Chymiam propter Pseudochymicos contemnitis? Eadem sunt remedia, quæ vterq; Medicus Galenicus & Chymicus vsurpat: non semper ille Cassiam, sed sæpe Colocynthidem acerrimam exhibet, neque hic semper Antimonium vel Mercurium artificiosè præparatum ægrotantibus deuorandum

Hipp. lib. 1. Aph. 6.

præbet, neque ipse ignorat, Extremis malis extrema tantum esse exhibenda remedia, at frequenter Extractum Cassiæ, Mannæ, Tamarindorum, Rhabarbari, similiumque præscribit, quibus tertia parte drachmæ tantum efficit, quantum integra alij, qui Medicamenta sine separatione sordium deglutire præcipiunt. Vnde Pharmacopæus (cui [illegible] mos est Medicamenta corrigendi) similis mihi videtur esse insulsis mulierculis, quæ fœtorem cubiculi thure, myrrha, Styrace, talibusq; odoriferis, relicto animalis excremento, student tollere: At Chymicus prudentior foribus ejicit quisquilias, odore nihil, sed nitore vnumquodque castigat. Similibus plane arietibus Oleum vitrioli impugnatur: vsus propter abusum damnatur. Rodit vitriolum, hinc carcer et exilium: Non rodit, hinc certa libertas. Vt tinctores panni lanei & serici nimis immoderato vitrioli vsu pannum non tingunt, sed adurunt, sic medicus vitrioli præparati vsu non proficiet, sed officiet. Quod si vitriolum nunquam

in vsum duci debeat, quare Andromachi Theriaca id crudum recipit? Non omne quod corrodit protinus ex officina medica relegandum est: sic vino vtendum non esset, propter tartarum, quod æs & argentum corrodat: Sic sale communi abstinendum foret, quo corpus humanum conseruatur, quia ferrum, æs, stannum, & plumbum corrodit, atq; adeò argentum viuum præcipitat: relinquendum esset mel, quod Galenus dicit esse acerrimum, succus limonum, & acetum, quibus homo carere non possit. Nunc verò bone Deus! quas technas? quos dolos Pseudochymicorum in medium non proferimus, vt hominum nequitia potentiam & maiestatem Auri potabilis eneruemus? sapè repetitum est, quod culpa artificis in artem iuste deriuari nequeat. *Quod si temperatissimus hic Salamandra Metallicus, Chymicorum Sol, Leo ruber, & Mineralium pater ob infinitas ipsius vires in* Lætificante Galeni, Aurea Alexandrina Nicolai, Diarhamaron, confectionibus Alkermes, Hyacynthi, Cordialis Alexandri Benedicti, Elect. de gemmis calidis & frigidis, *cæteruq; pluribus Antidotis integer recipiatur, quare nobis non licet certo artificio eundem potabilem reddere, vt igne humani corporis interno vinci ac superari possit? Tale fuit aurum illud Arnoldi de Villa noua, quo Regis Neapolitani filium leprosum sanitati restituit. tale fuit AZoth Paracelsi* Lib. 1. de Antid. c. 7.

celsi quo lepram, Hydropem, & Podagram sustu-
lit: tale est hodie aurum Francisci Antonij Lon-
dinensis in Medicina Doctoris excellentissimi,
qui sacra hac medicina desperatæ salutis & mo-
ribundos ad vitam reuocat. Postremum celeber-
rimus D. Hartmannus testatur: Clarissimus D.
Mosanus Archiater Expertus est: Doctissimus
Henricus Petræus Marpurgensis Medicinæ Pro-
fessor, cum fructu admirabili probauit. Non au-
ditis forsitan Misochymici, eo quod existimetis
cuncta metalla nobis esse inimica, & naturæ no-
stræ haud congrua, sed videte sodes in qua fabula,
& apud quos ita disputatis? An non apud Co-
lonienses, qui probe inter alimenta, & medica-
menta nouerunt discernere? Fatemur quod me-
talla in optimum naturæ succum, aut sangui-
nem purissimum, ex quo robur est, minime con-
tentur, quod alimentorum est proprium, an ideo
L.1. simp. Med c.1. *medicamenta esse desinunt? si Medicamenta sint*
quibus, auctore Galeno, ingenitum est, vt sub-
stantiam nostram alterent, quid mirum, si natu-
ra nostræ vt talia, inimica habeantur quanquam
in genere Medicamentorum nobis familiaria esse
possint. Suffecerit vnicum plumbum ante oculos
posuisse, quod licet nostram substantiam non au-
geat, tamen aliquot annos in corpore humano
innoxie hæret, locumque sine vlla partium offen-
sione commutat. Nuper in Silesiaco puero den-
tem aureum natura produxit: olim Albertus
Magnus, Philosophiæ decus, aurum inter suturas
cranij humani reperit: hodie in Monomotapa re-
gione

gione ipsi arborum trunci æri feraces conspiciuntur. Quod si locus rerum quasi alter parens sit, quis tam cœcus est, vt non solum inter hominē & metalla familiaritatem & arctam cognationem videat, sed inter triplicia corpora vegetabilia, animalia & Mineralia admirandam naturarum societatem non contempletur? De Paracelso multa dicere quid opus est? Paracelsiæ negotium hic non agitur, sed Chymiæ: Paracelsi causam non defendimus, sed Chymicorum patrocinium suscepimus. Paracelsus esto Magus: esto impius: esto impostor, nihilominus suis Magicis inuentis, superstitiosa doctrina, monstrosis opinionibus artem non contaminauit. Si quid hic, aut ille delirauit, quid hoc ad puritatem veritatemq; artis integerrimæ facit? Multa licet in eo sint absurda, ridicula, somniјs simillima, imò Magica & quæ SS. Ecclesia damnat, qualia sunt de viribus imaginationis, de Magnetismo, de Generatione homunculi ex pane & vino aut semine in furnulo arcanorum, similisq; farinæ pluribus, nihilominus tamen fuit malleus medicorum, Pharmaciæ restaurator, & Hippocraticæ doctrinæ fautor & amator. Quantus verò in re medica extiterit artifex λογῷ καὶ ἔργῳ demonstrauit. An non eximia sunt quæ in Chirurgia scripsit? nonne pulchra quæ in Archidoxis tradidit? nonno vtilia quæ de Helleboro, Persicaria, Hypericone, Sulphure, Tartaro, peste, Carduo Angelico, alysq; posteritati consecrauit? Propter errores non reјcimus Aristotelem: propter impietatem non

dam-

damnamus Porphyrium, cur Germanum no-strum propter vtrumq; reijcere & odisse cogimus? Parum fuisset eximia, pulchra vtiliaq; scripsisse nisi curatione felici hanc gloriam Episcopi sui Salisburgici consecutus fuisset. Continuit hic Philippus Theophrastus insignis medicinæ Doctor, qui dira illa vulnera, lepras,

Fol. 43. Podagram & Hydropysim, aliaq; insanabilia corporis contagia mirifica arte sustulit. *Ex his satis cognoscere potestis, Auditores, innocentiam artis Chymicæ, vtilitatem & necessitatem: satis intelligere quod Chymicus non sit medicus sed minister, quod Hippocraticæ doctrinæ non repugnet, sed obediat, denique quod artem medicorum suo cultu & nitore exornet & nobilitet. Sed ne putetis me nouum Professorem, nouam doctrinam in hac veteri schola docere velle, audite præceptũ, quod Clariss. & Experiss. Dr. Holtzemius Med. Professor veteranus, & Collega meus honorandus in Essentia Hellebori extracta his verbis meæ opinioni consentaneis proposuit:*

Fol. 24. Spagyricis Rationalium medicorum inuentis, quia iucundè curant, cum ratione vtatur. *Videtis quod vsum suadeat propter iucundam c[illegible]ationem: dissuadeat abusum, quo passim destillatores, Agyrtæ, alijq; rerum medicarum coqui committunt, qui sine ratione et sine doctrina Hippocratica hæc sacra medicamenta in vsum ducunt.* Hic quoq; Chymicorum Laudanum inculpatum remedium esse contestatur: Hic Chymicorum studium & operam

Fol. 2. prædicat, quod pharmaceuticam medici-

næ partem eleganti medicamentorum inuentione & præparatione auxerint & ditauerint: *Si quid igitur meæ preces (vt incipiam concludere) apud vos Studiosi medicinæ Ornatißimi valeant, consilium vtriusq; Professoru sequamini, & Hippocraticam medicinam cum studio Chymico coniungite. Audistis enim doctrinam sapientiß. nostri Præceptoris non anilibus experimentis, sed firmis demonstrationibus inniti: non coniecturis dubijs, sed certis rationibus fulciri: non lubricis opinionibus, sed solidis axiomatibus stabiliri. Audistis quantam nominis sui gloriam venerandus senex sibi comparauerit: quanta cum laude successerit filius, quantos honores & diuitias à Regibus & Principibus Hippocratica posteritas consecuta sit. Cauete vobis à bullatis Doctoribus, à Thrasonicis medicis, à Circulatoribus nequißimis, qui mellita oratione plebem inescant & facto dilaniant. Cauete ab insidijs, quas Clinicæ mulieres, a technis quas indoctæ Moniales, à dolis quos ægrotantium ministri artificibus struunt. Vtinam artis honestas nõ conspurcaretur ab ipsis Magistris, quam sanctam, inuiolatamq; seruare debebant. Sed proh Deum immortalem verè cum Poëta licet dicere*

Mistaq; cum veris passim commenta vagãtur, *Ouidius.*
Millia.

Nunc Medici honorati in sordidos Vroscopos, qui vulgi supercilio & opinione tanto peritiores sunt, quanto fortunatiores in diuinando ex inspecto lotio, artifices in superstitiosos homines, Magistri in execrabiles Magos sunt conuersi.

Ministri suis Dominis meliores esse noluerun hinc Pharmacopœus incepit artis nostræ imper tus medicinā exercere: succedanea medicamen porrigere, emedullata vendere, cōposita non m tare; hinc Pseudochymicus aurum putabile, p potabili, Antimonium crudum pro vera medi na, Mercurium pro salutari remedio plebi obtr dere non reformidauit. His malis ô viri consul res tempestiuè occurrite, pestem hanc Reip. è m dio tollite, miseros ciues à tyrannide occultâ berate. Non de diuitijs hic agitur sed de vitâ, q nihil carius homini esse potest: non de furibus n gotium est, qui bona ciuium deripiunt, sed de trombus qui clandestino scelere homines oc dunt. Conseruate splendorem artis Chymi Cultores eius vestra auctoritate protegite, patiamini cœleste illud donum passim contem illudi, despici. Sequamur omnes Rationem Experientiam dicamusq;

Matthias Vaserus.

Dogmata non iuro in Paracelsi, aut Scita G
leni
Vera Vtriusq; placent, falsa vtriusq; iac

D I X I.

Laus sit Deo & B. Mariæ sem-
per Virgini.

807553